

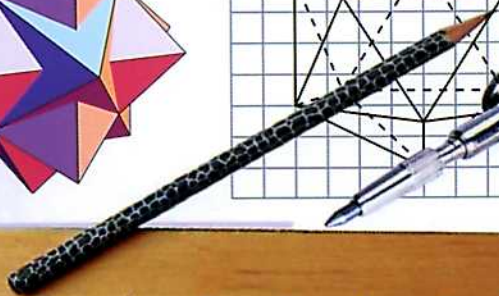
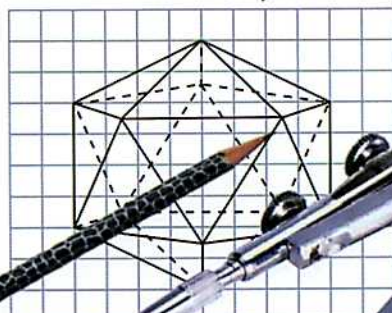
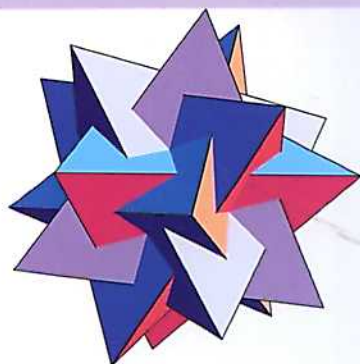
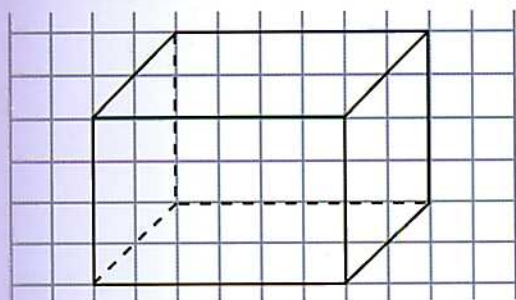
# НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

В. А. СМИРНОВ, И. М. СМИРНОВА, И. В. ЯЩЕНКО

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

МНОГОГРАННИКИ  
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ  
ОБЪЁМ И ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ

4



В.А. СМИРНОВ  
И.М. СМИРНОВА  
И.В. ЯЩЕНКО

# НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Рабочая тетрадь № 4

Многогранники  
Правильные многогранники  
Объём и площадь поверхности

Издание соответствует новому Федеральному  
государственному общеобразовательному стандарту

Москва  
Издательство МЦНМО  
2012

УДК 514.11  
ББК 22.151.0  
С50

С50 Смирнов В. А., Смирнова И. М., Яценко И. В.  
Наглядная геометрия. Рабочая тетрадь № 4. — М.:  
МЦНМО, 2012. — 88 с.

ISBN 978-5-94057-934-2

ISBN 978-5-94057-998-4 (Тетрадь № 4)

Рабочие тетради «Наглядная геометрия» предназначены для учащихся средней школы. Они позволяют начать изучение геометрии в 5–6 классах, ликвидировать пробелы в знаниях по геометрии в 7–8 классах, а в старших — подготовиться к ГИА и ЕГЭ.

Задачи, включенные в рабочие тетради, носят исследовательский характер и не требуют знания специальных формул и теорем. Они имеют различный уровень трудности, от простых до олимпиадных, и направлены на выявление математических способностей, развитие геометрических представлений и конструктивных умений учащихся.

Издание соответствует новому Федеральному государственному общеобразовательному стандарту.

ББК 22.151.0

*Владимир Алексеевич Смирнов  
Ирина Михайловна Смирнова  
Иван Валериевич Яценко*

**НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**  
Рабочая тетрадь № 4

Издательство Московского центра  
непрерывного математического образования  
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.  
Тел. (499) 241-74-83

Подписано в печать 11.03.2012 г. Формат 70×100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага  
офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 5,5. Тираж 3000. Заказ .

Отпечатано с готовых диапозитивов в ООО «Принт Сервис Групп».  
Москва, 2-й Лихачёвский пер., д. 7.

---

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине  
«Математическая книга», Большой Власьевский пер., д. 11.  
Тел. (499) 241-72-85. E-mail: biblio@mccme.ru

---

ISBN 978-5-94057-934-2  
ISBN 978-5-94057-998-4 (Тетрадь № 4)

© Смирнов В. А.,  
Смирнова И. М.,  
Яценко И. В., 2012.  
© МЦНМО, 2012.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Одной из основных причин, оказывающих негативное влияние на результаты обучения геометрии в школе, является недостаточное внимание к развитию геометрических представлений и конструктивных умений учащихся.

Начинать развивать геометрические представления в 10–11-х классах уже поздно. Это нужно делать значительно раньше, как минимум с 5–6-х классов. Именно в этом возрасте развитие происходит наиболее интенсивно, что позволяет существенно повысить его эффективность, заложить основы дальнейшего изучения систематического курса геометрии.

Предлагаемая тетрадь входит в комплект из четырёх рабочих тетрадей.

**Тетрадь № 1 содержит следующие пункты:**

1. Отрезки и прямые.
2. Углы.
3. Геометрические места точек.

**Тетрадь № 2 содержит следующие пункты:**

1. Многоугольники и ломаные.
2. Симметрия.
3. Кривые как траектории движения точек.

**Тетрадь № 3 содержит следующие пункты:**

1. Паркеты.
2. Площадь.
3. Разрезание.

**Тетрадь № 4 содержит следующие пункты:**

1. Многогранники.
2. Правильные многогранники.
3. Объём и площадь поверхности.

Задачи, включенные в рабочие тетради, носят исследовательский характер и не требуют знания специальных формул и теорем. Они имеют различный уровень трудности, от простых до олимпиадных, и направлены на выявление математических способностей, развитие геометрических представлений и конструктивных умений учащихся. Каждый найдет среди них задачи посильного для себя уровня трудности. Их можно использовать при изучении геометрии в 5–6-х, 7–9-х и 10–11-х классах.

Решение предлагаемых задач поможет развить геометрические представления, выработать необходимые конструктивные навыки, практические умения по построению геометрических фигур, подготовиться к экзаменам и участию в олимпиадах по математике.

Все задачи сопровождаются рисунками, которые можно использовать для дополнительных построений и вычислений. В задачах на клетчатой бумаге стороны клеток предполагаются равными единице. В конце пособия приведены ответы ко всем предложенным задачам.

**1. Многогранники**

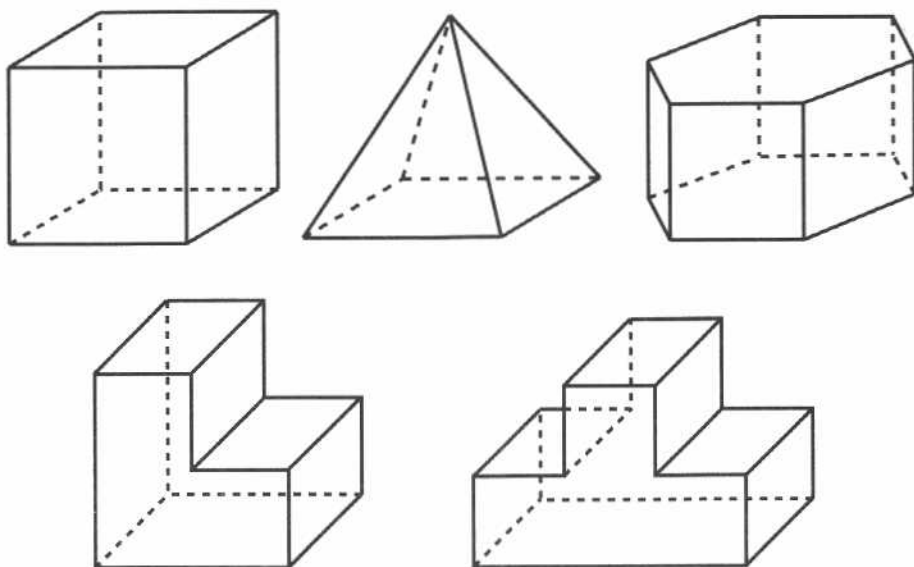
**Многогранником** называется тело, поверхность которого состоит из конечного числа многоугольников.

Эти многоугольники называются **гранями** многогранника. Их стороны и вершины называются соответственно **ребрами** и **вершинами** многогранника.

Отрезки, соединяющие вершины многогранника, не принадлежащие одной грани, называются **диагоналями** многогранника.

Многогранник называется **выпуклым**, если вместе с любыми двумя своими точками он содержит и соединяющий их отрезок.

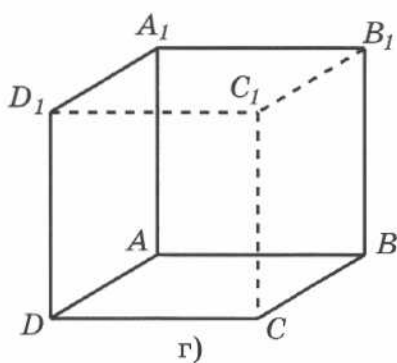
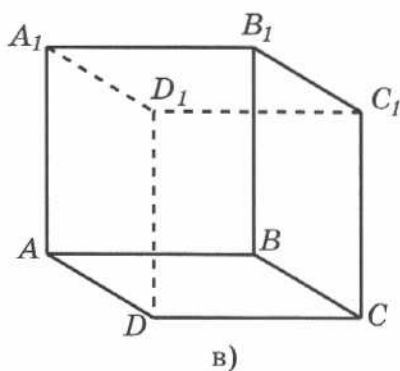
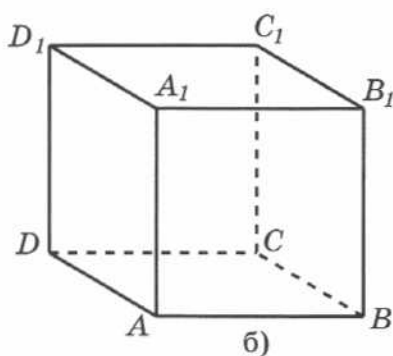
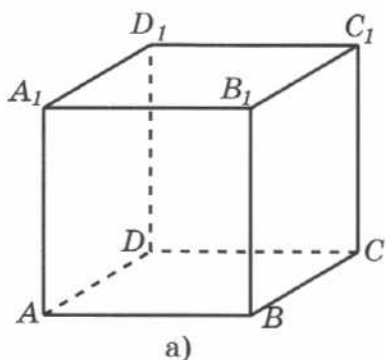
На рисунках приведены примеры выпуклых и невыпуклых многогранников.



**Кубом** называется многогранник, поверхность которого состоит из шести квадратов.

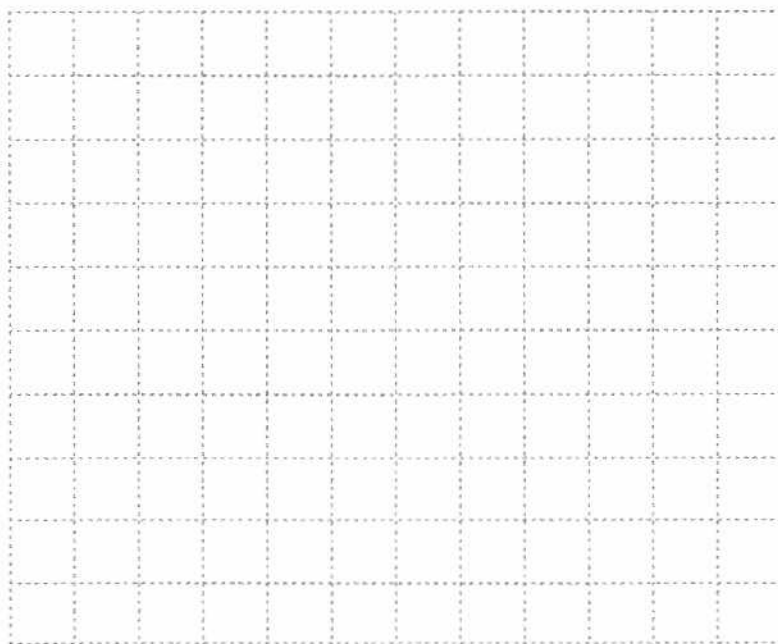
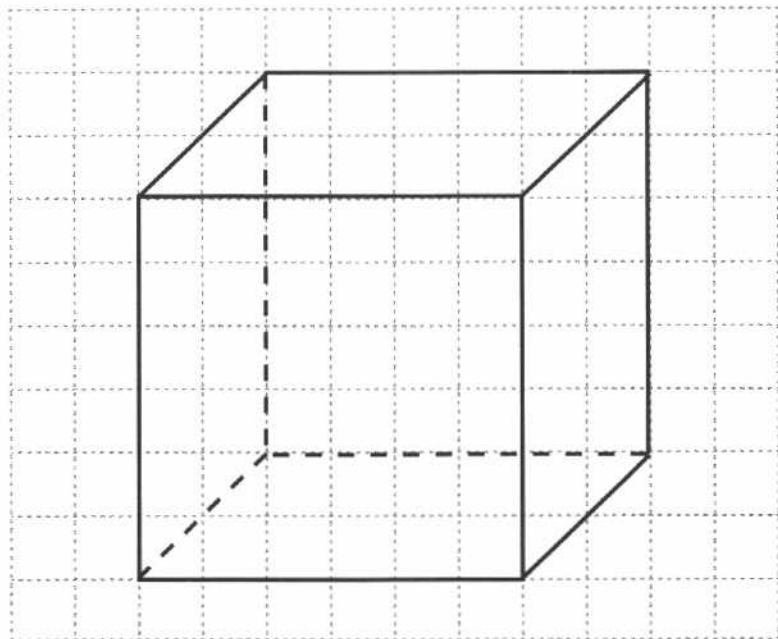
Обычно куб изображается так, как показано на рисунках. А именно, рисуется квадрат  $ABB_1A_1$ , изображающий одну из граней куба, и равный ему квадрат  $DCC_1D_1$ , стороны которого параллельны соответствующим сторонам квадрата  $ABB_1A_1$ . Соответствующие вершины этих квадратов соединяются отрезками. Отрезки, изображающие невидимые ребра куба, проводятся пунктиром.

На рисунке мы смотрим на куб: а) сверху и справа; б) сверху и слева; в) снизу и справа; г) снизу и слева.





1. Изобразите куб аналогично данному на рисунке.



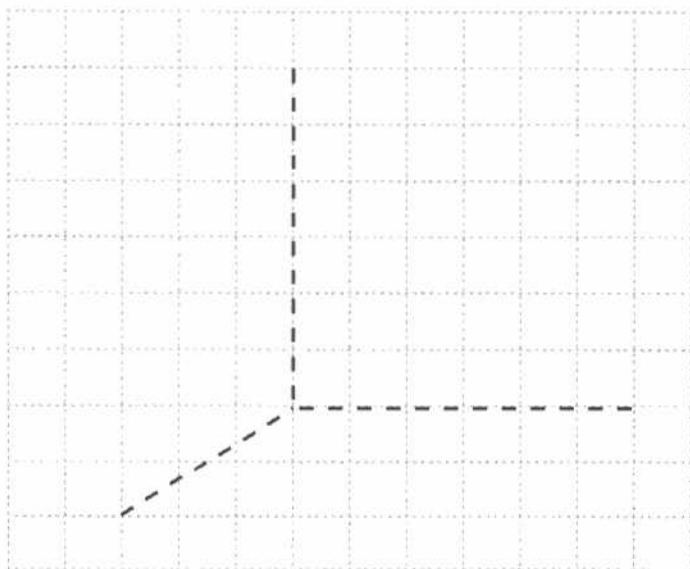




2. На рисунке изображены три ребра куба. Изобразите весь куб.

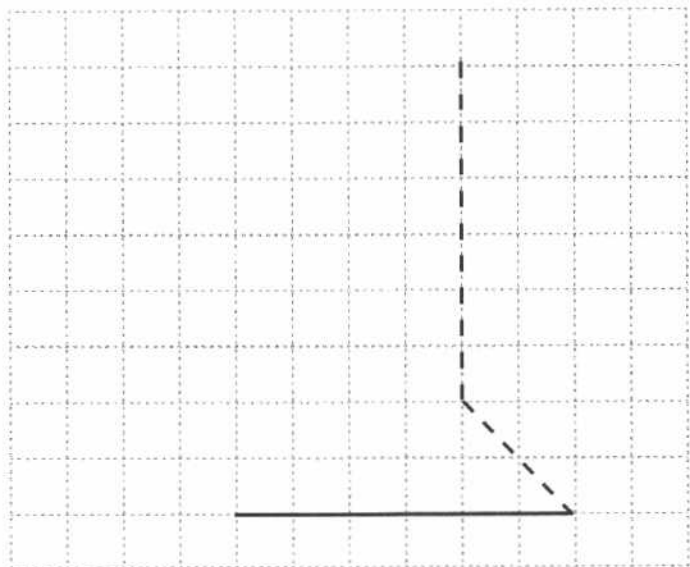


3. На рисунке изображены три ребра куба. Изобразите весь куб.

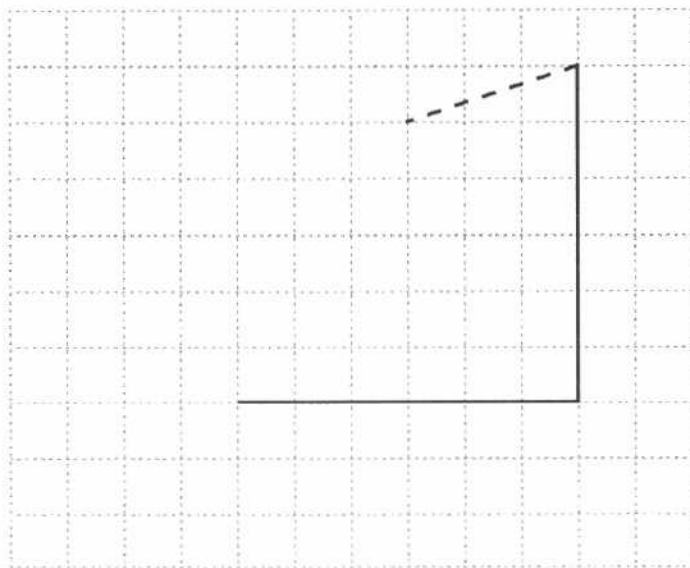




4. На рисунке изображены три ребра куба. Изобразите весь куб.



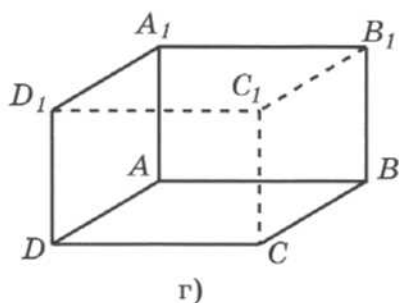
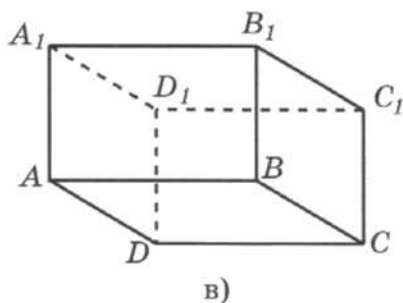
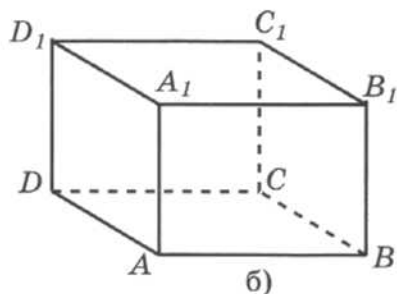
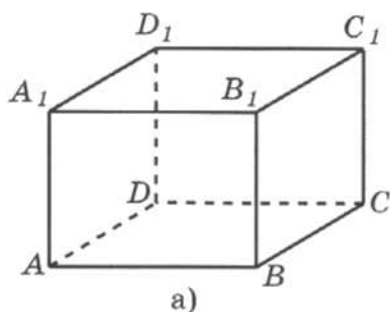
5. На рисунке изображены три ребра куба. Изобразите весь куб.



**Прямоугольным параллелепипедом** называется многогранник, поверхность которого состоит из шести прямоугольников.

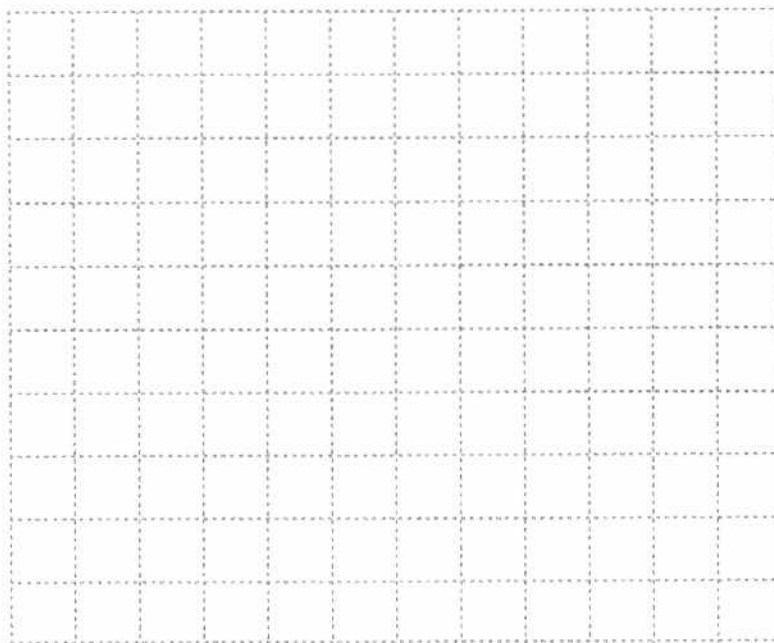
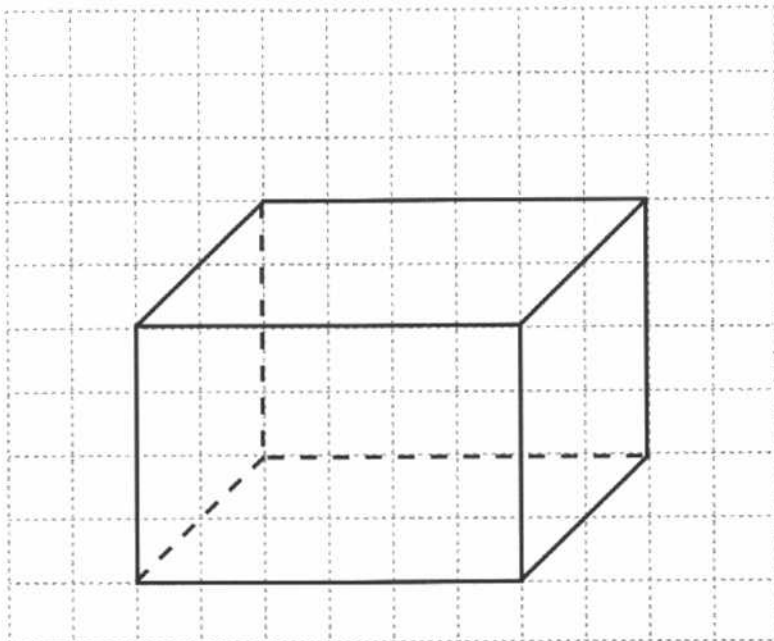
Обычно параллелепипед изображается так, как показано на рисунках. А именно, рисуется прямоугольник  $ABB_1A_1$ , изображающий одну из его граней, и равный ему прямоугольник  $DCC_1D_1$ , стороны которого параллельны соответствующим сторонам прямоугольника  $ABB_1A_1$ . Соответствующие вершины этих прямоугольников соединяются отрезками. Отрезки, изображающие невидимые ребра прямоугольного параллелепипеда, проводятся пунктиром.

На рисунке мы смотрим на параллелепипед: а) сверху и справа; б) сверху и слева; в) снизу и справа; г) снизу и слева.



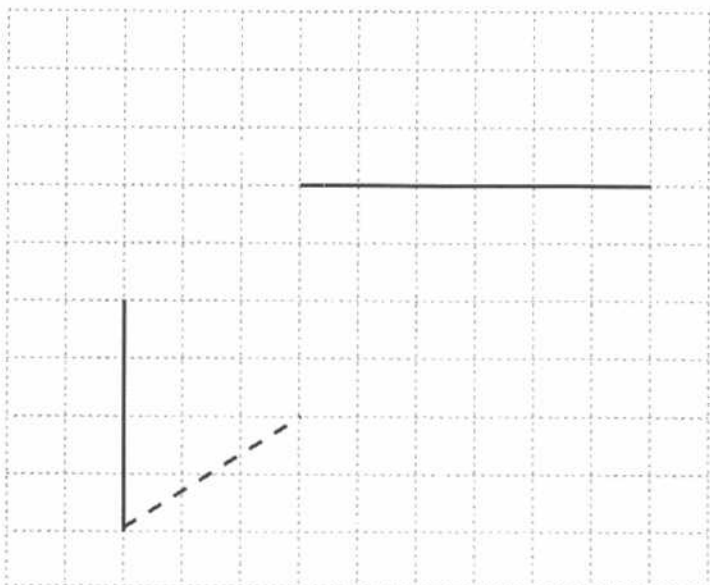


6. Изобразите прямоугольный параллелепипед аналогично данному на рисунке.

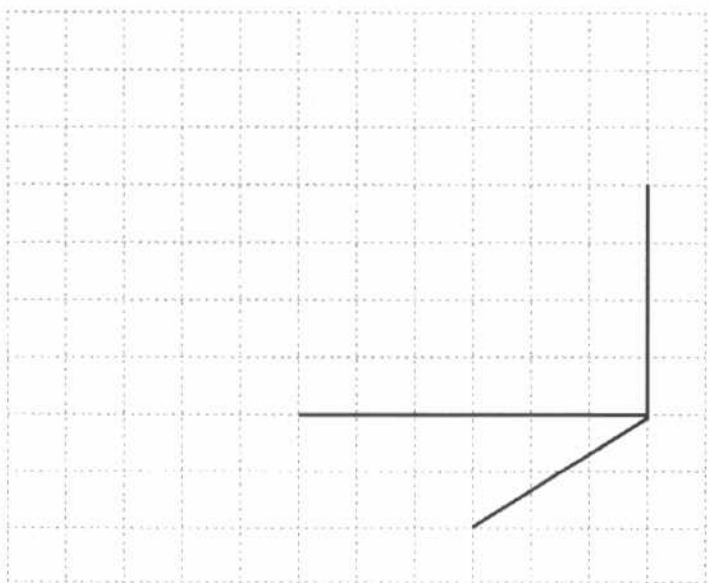




7. На рисунке изображены три ребра прямоугольного параллелепипеда. Изобразите весь параллелепипед.

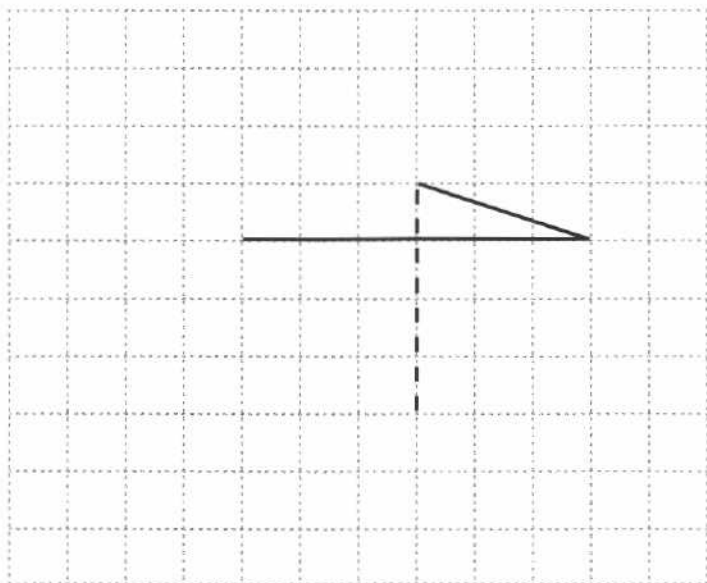


8. На рисунке изображены три ребра прямоугольного параллелепипеда. Изобразите весь параллелепипед.

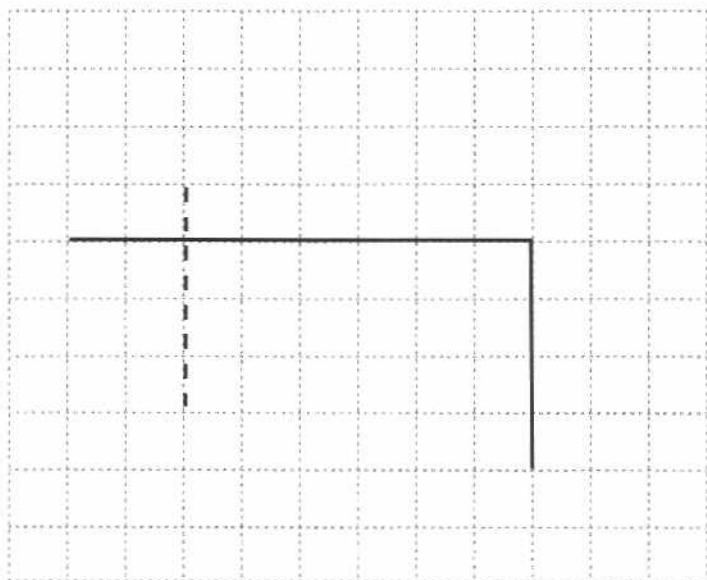




9. На рисунке изображены три ребра прямоугольного параллелепипеда. Изобразите весь параллелепипед.



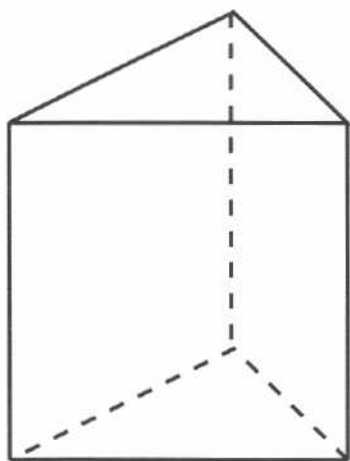
10. На рисунке изображены три ребра прямоугольного параллелепипеда. Изобразите весь параллелепипед.



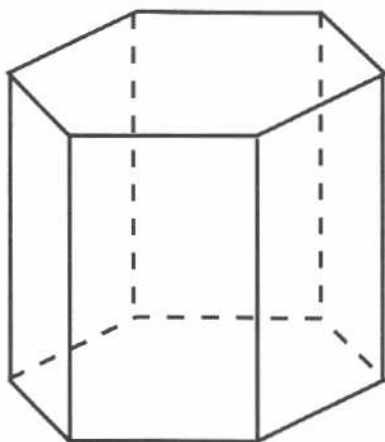
**Прямой призмой** называется многогранник, поверхность которого состоит из двух равных многоугольников, называемых основаниями призмы, и прямоугольников, называемых боковыми гранями призмы. Стороны боковых граней называются боковыми ребрами призмы.

Обычно для изображения прямоугольной призмы рисуются два равных многоугольника, изображающие ее основания, соответствующие стороны которых параллельны. Соответствующие вершины этих многоугольников соединяются отрезками. Отрезки, изображающие невидимые ребра прямоугольного параллелепипеда, проводятся пунктиром.

На рисунке а) изображена треугольная призма, на рисунке б) – шестиугольная.



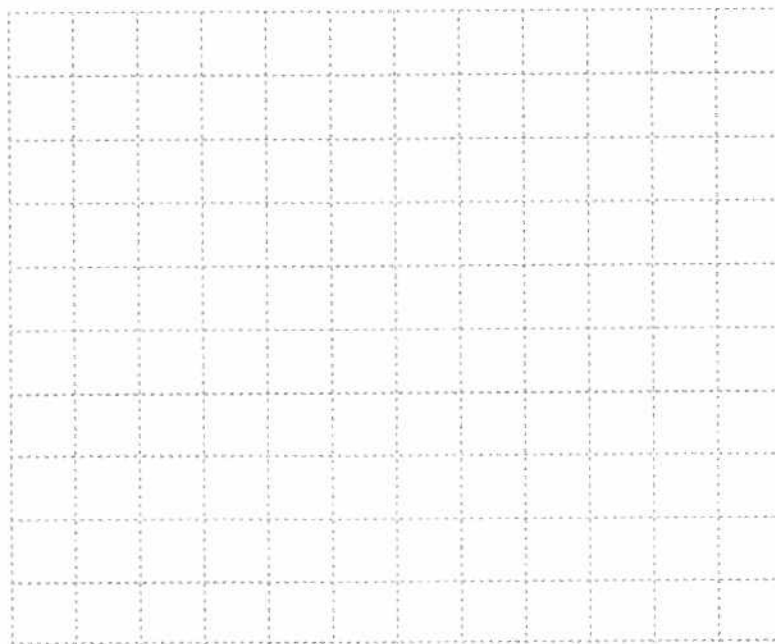
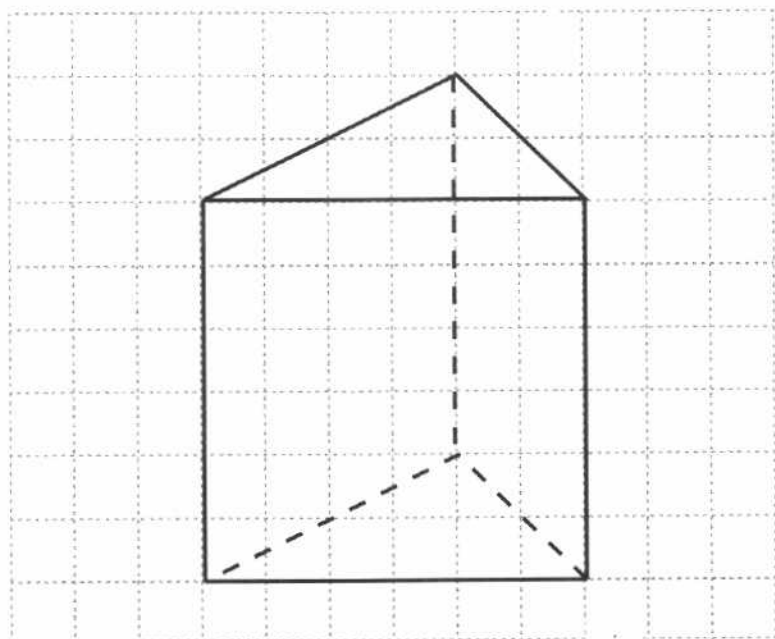
а)



б)



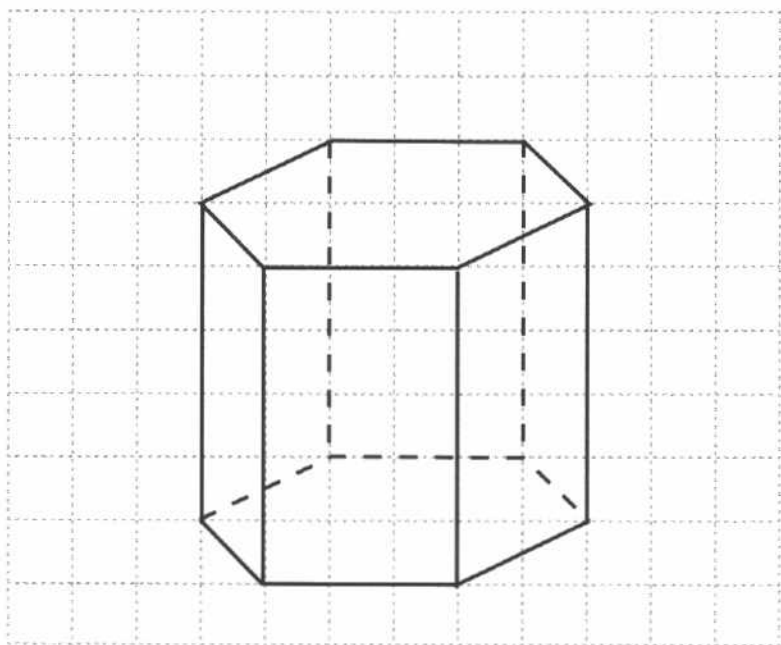
11. Изобразите треугольную призму аналогично данной на рисунке.





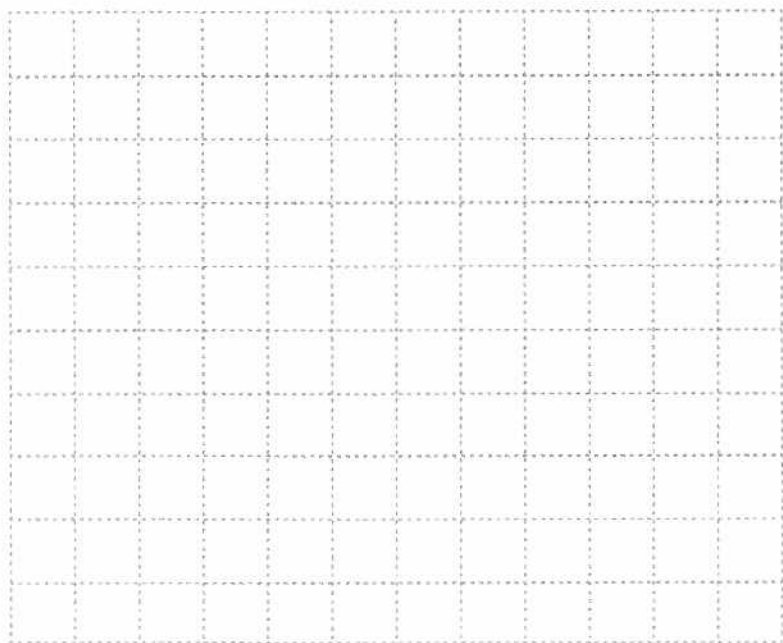
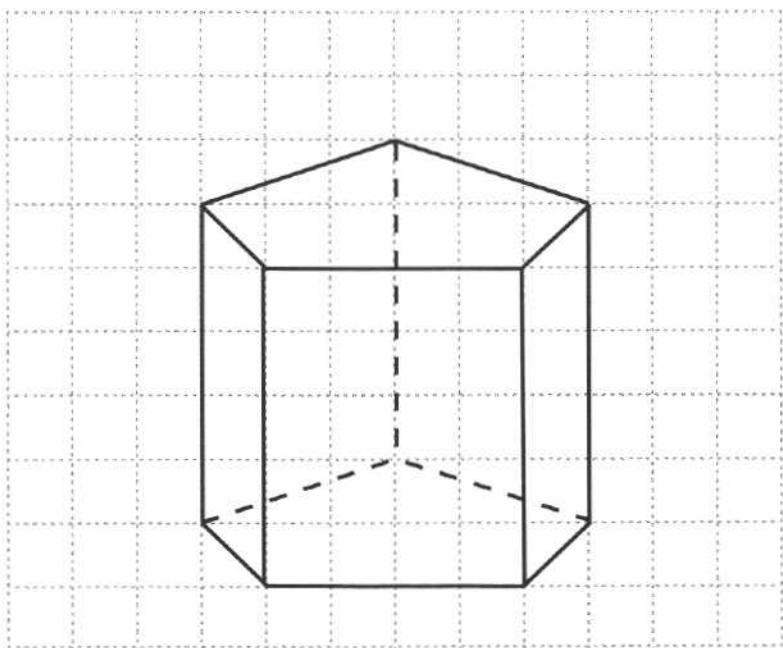


12. Изобразите шестиугольную призму аналогично данной на рисунке.



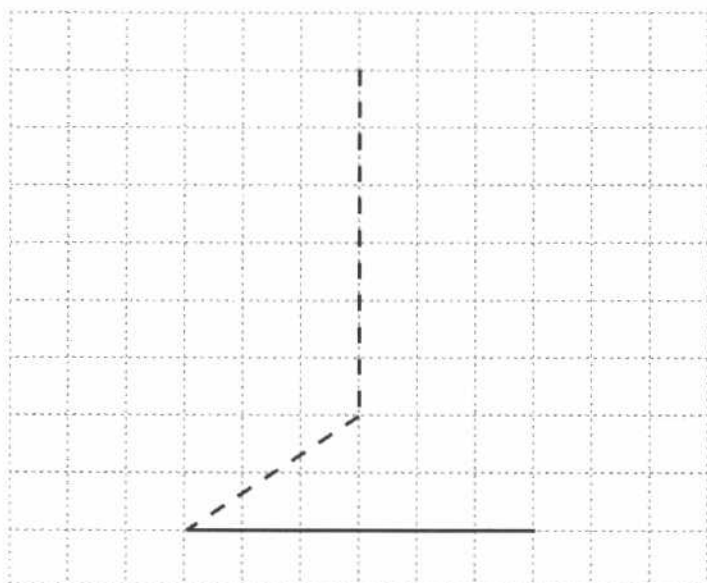


13. Изобразите пятиугольную призму аналогично данной на рисунке.

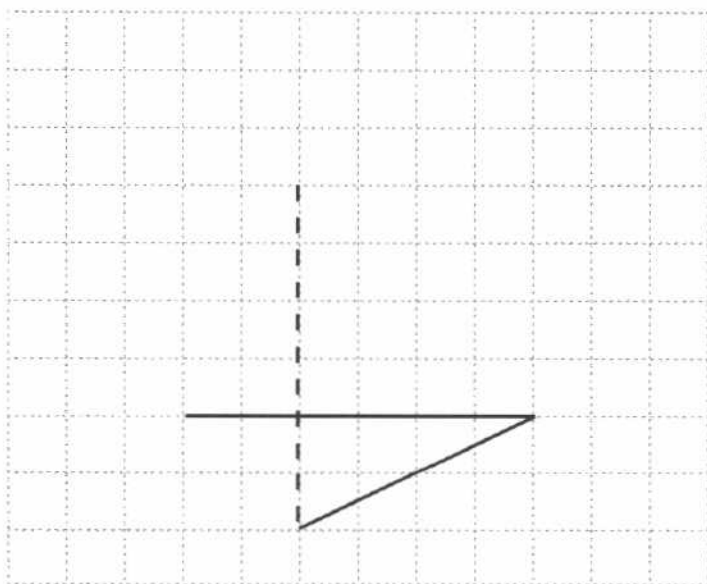




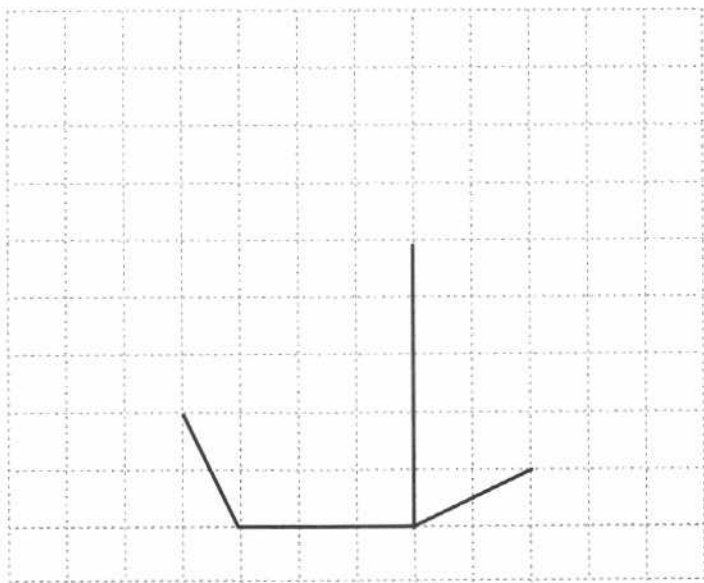
14. На рисунке изображены три ребра треугольной призмы. Изобразите всю призму.



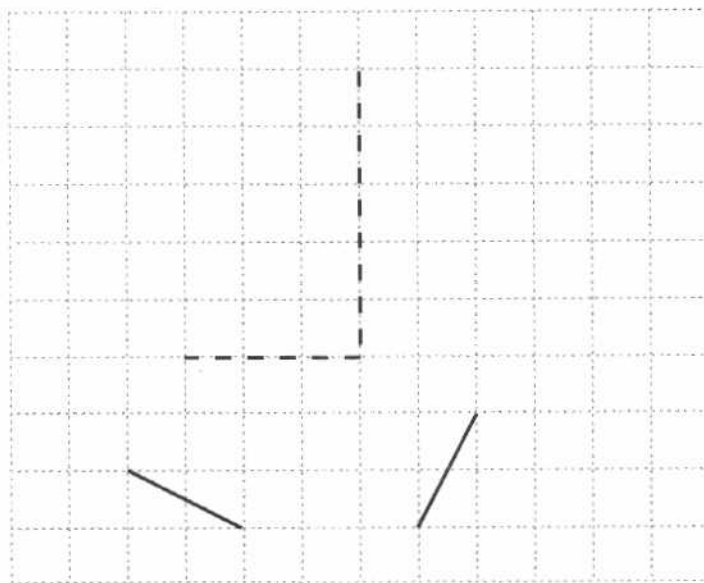
15. На рисунке изображены три ребра треугольной призмы. Изобразите всю призму.



16. На рисунке изображены четыре ребра шестиугольной призмы. Изобразите всю призму.



17. На рисунке изображены четыре ребра шестиугольной призмы. Изобразите всю призму.



18. Сколько вершин (В), ребер (Р) и граней (Г) имеет:

- а) треугольная призма;
- б) четырехугольная призма;
- в) пятиугольная призма;
- г) шестиугольная призма?

Ответ. а) В =           , Р =           , Г =           ;

        б) В =           , Р =           , Г =           ;

        в) В =           , Р =           , Г =           ;

        г) В =           , Р =           , Г =           .

19. Может ли призма иметь:

- а) 20 вершин;
- б) 25 вершин;
- в) 20 ребер;
- г) 30 ребер;
- д) 10 граней;
- е) 15 граней?

Ответ. а) \_\_\_\_\_;

        б) \_\_\_\_\_;

        в) \_\_\_\_\_;

        г) \_\_\_\_\_;

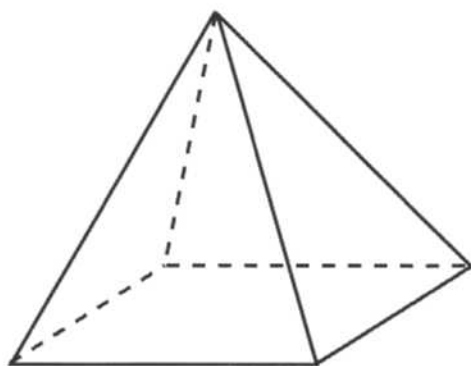
        д) \_\_\_\_\_;

        е) \_\_\_\_\_.

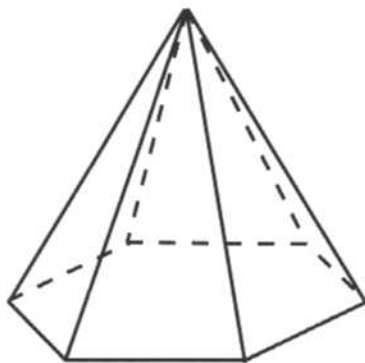
**Пирамидой** называется многогранник, поверхность которого состоит из многоугольника, называемого основанием пирамиды, и треугольников с общей вершиной, называемых боковыми гранями пирамиды. Стороны боковых граней называются боковыми ребрами пирамиды. Общая вершина боковых граней называется вершиной пирамиды.

Обычно для изображения пирамиды рисуется многоугольник, изображающий ее основание. Затем вершины этого многоугольника соединяются отрезками с некоторой точкой, изображающей вершину пирамиды. Отрезки, изображающие невидимые ребра пирамиды, проводятся пунктиром.

На рисунке а) изображена четырехугольная пирамида, на рисунке б) – шестиугольная.



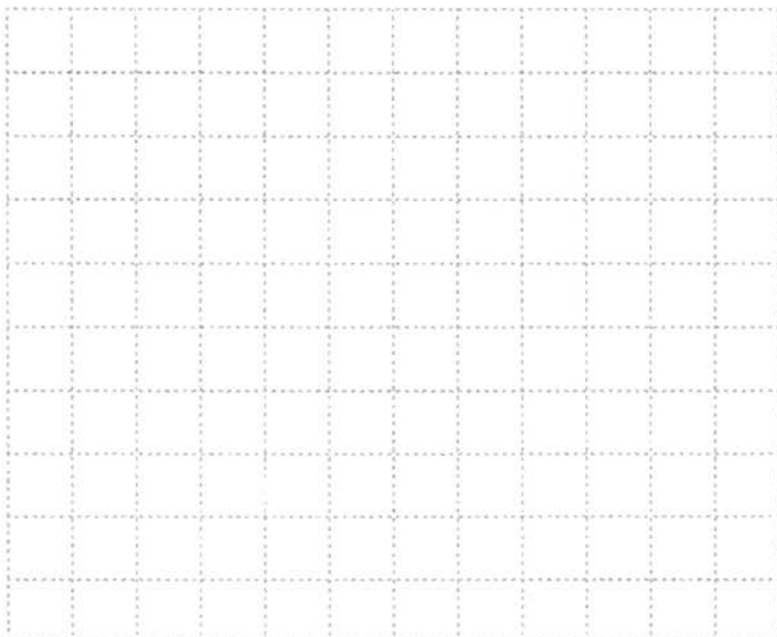
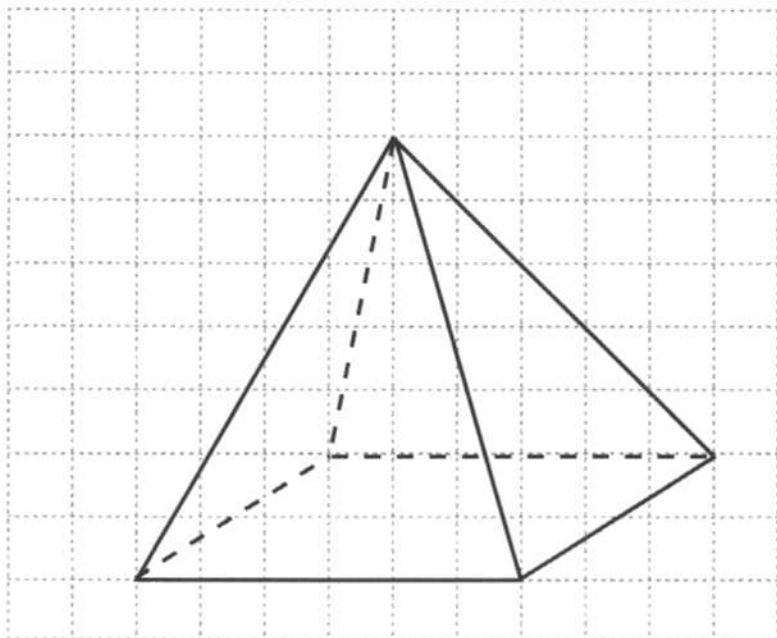
а)



б)

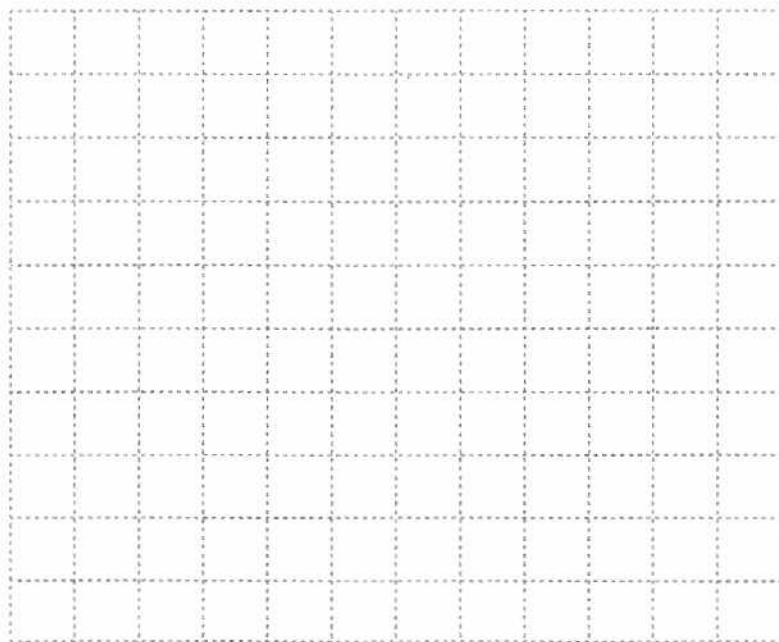
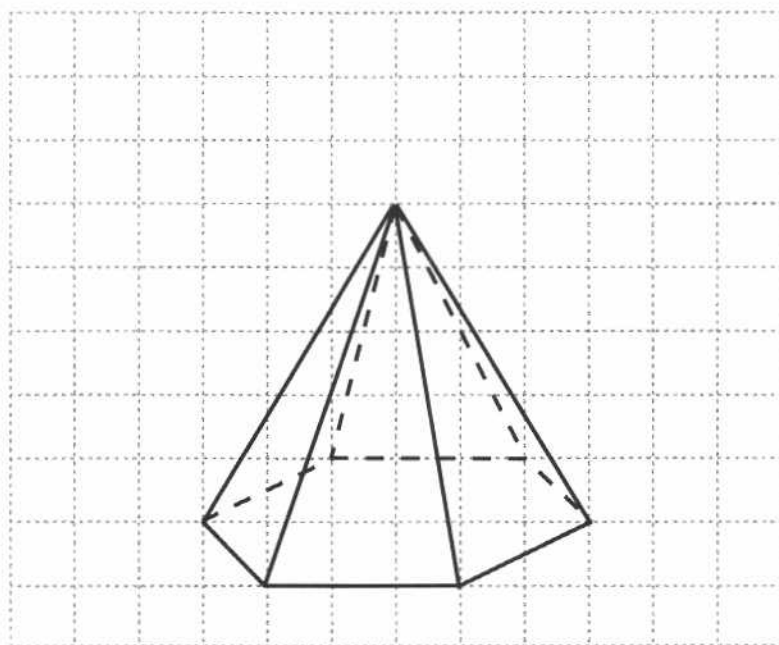


20. Изобразите четырехугольную пирамиду аналогично данной на рисунке.





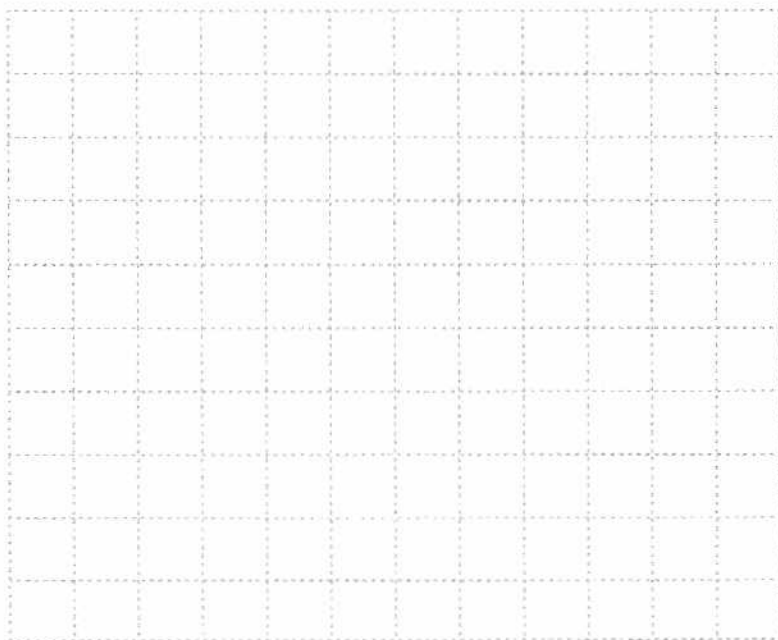
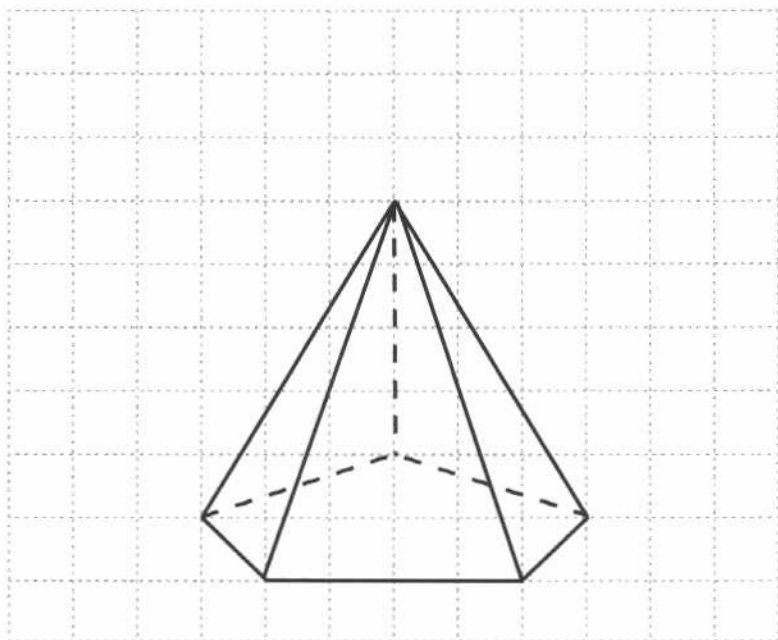
21. Изобразите шестиугольную пирамиду аналогично данной на рисунке.





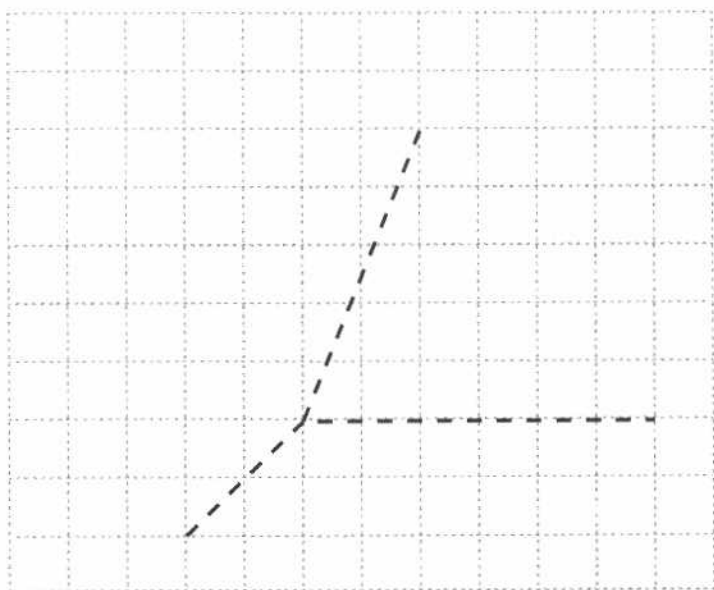


22. Изобразите пятиугольную пирамиду аналогично данной на рисунке.

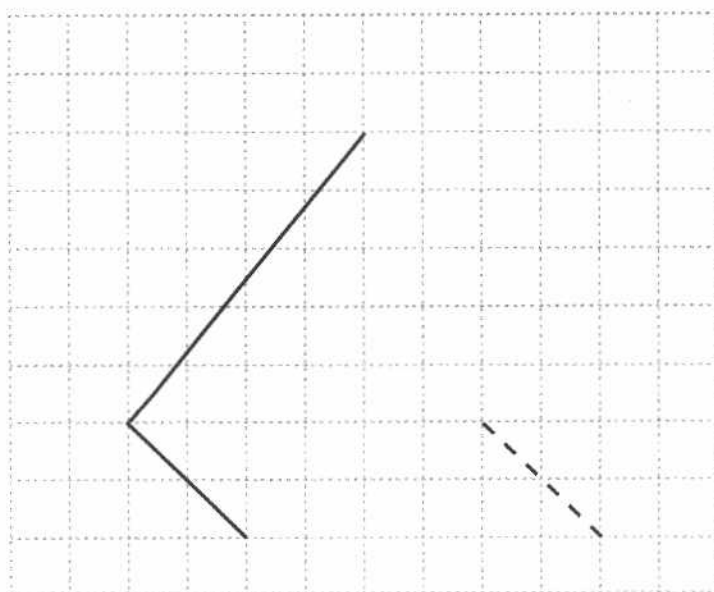




23. На рисунке изображены три ребра четырехугольной пирамиды. Изобразите всю пирамиду.

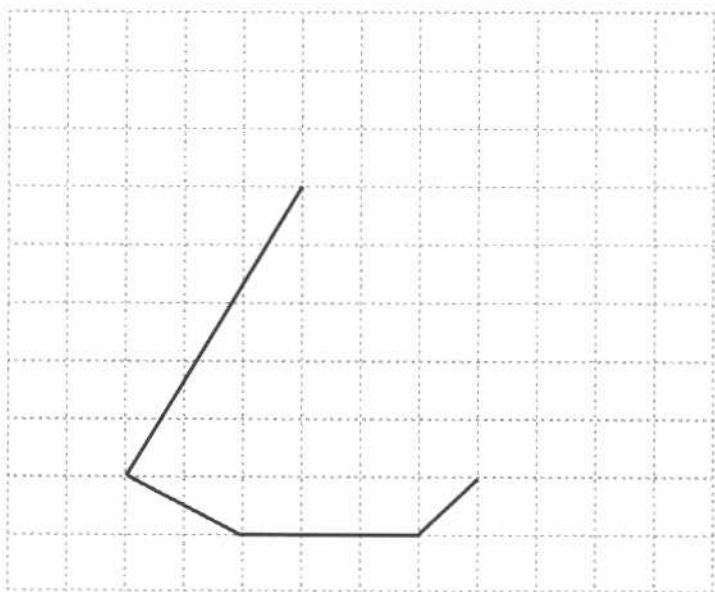


24. На рисунке изображены три ребра четырехугольной пирамиды. Изобразите всю пирамиду.

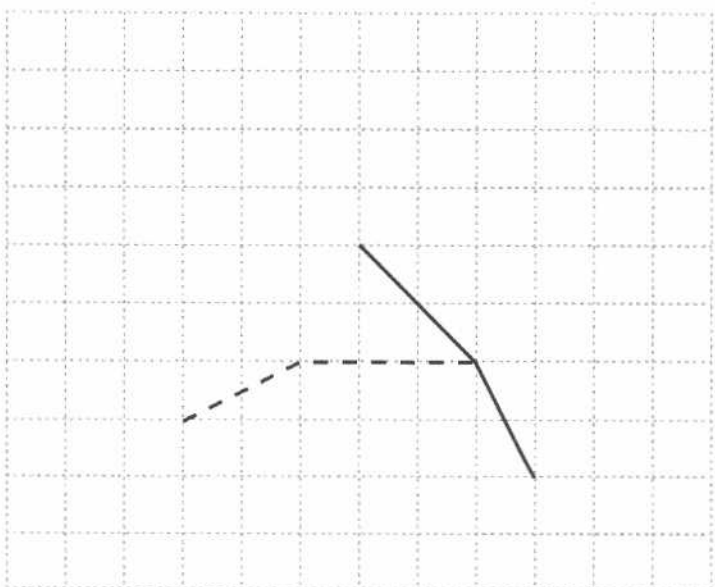




25. На рисунке изображены четыре ребра шестиугольной пирамиды. Изобразите всю пирамиду.



26. На рисунке изображены четыре ребра шестиугольной пирамиды. Изобразите всю пирамиду.





27. Сколько вершин (В), ребер (Р) и граней (Г) имеет:

- а) треугольная пирамида;
- б) четырехугольная пирамида;
- в) пятиугольная пирамида;
- г) шестиугольная пирамида?

Ответ. а) В =       , Р =       , Г =       ;

б) В =       , Р =       , Г =       ;

в) В =       , Р =       , Г =       ;

г) В =       , Р =       , Г =       .

28. Может ли пирамида иметь:

- а) 10 вершин;
- б) 15 вершин;
- в) 10 ребер;
- г) 15 ребер;
- д) 10 граней;
- е) 15 граней?

Ответ. а) \_\_\_\_\_;

б) \_\_\_\_\_;

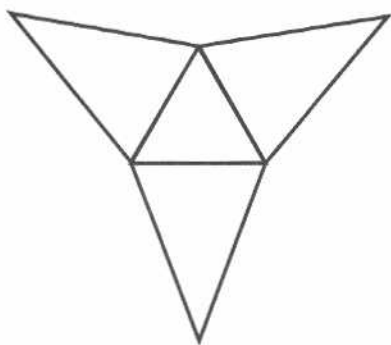
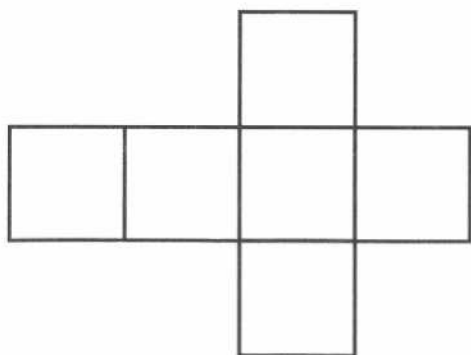
в) \_\_\_\_\_;

г) \_\_\_\_\_;

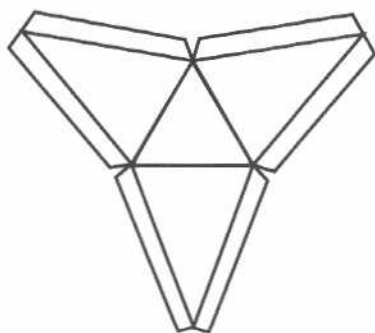
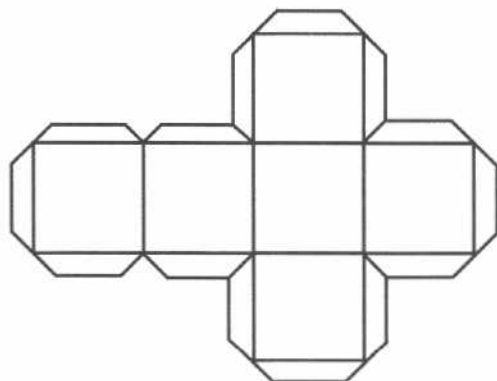
д) \_\_\_\_\_;

е) \_\_\_\_\_;

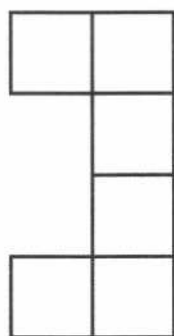
Если поверхность многогранника разрезать по некоторым ребрам и развернуть ее на плоскость так, чтобы все многоугольники, входящие в эту поверхность, лежали в данной плоскости, то полученная фигура на плоскости называется **разверткой** многогранника. Например, на рисунке изображены развертки куба и треугольной пирамиды.



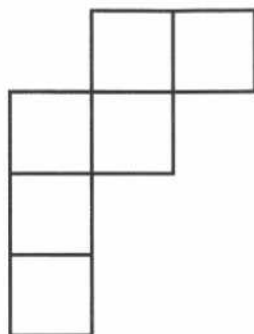
Для изготовления модели многогранника из плотной бумаги, картона или другого материала достаточно изготовить его развертку и затем склеить соответствующие ребра. Для удобства склейки развертку многогранника изготавливают с клапанами, по которым и производится склейка.



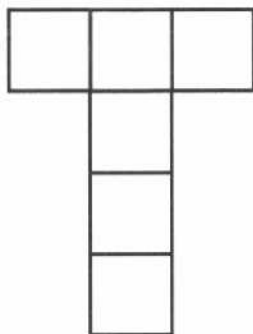
29. Укажите развертки куба.



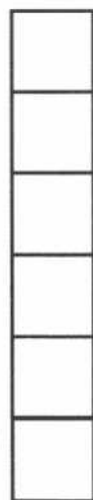
а)



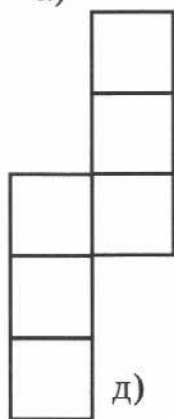
б)



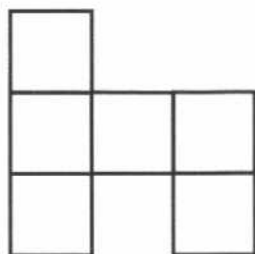
в)



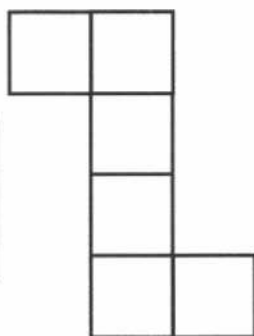
г)



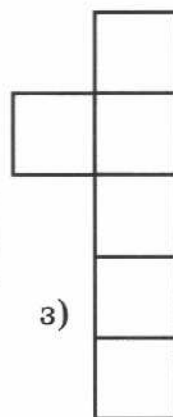
д)



е)



ж)

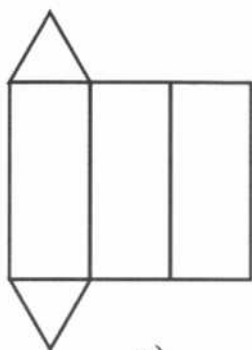


з)

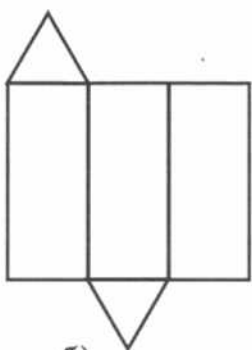
Ответ. \_\_\_\_\_



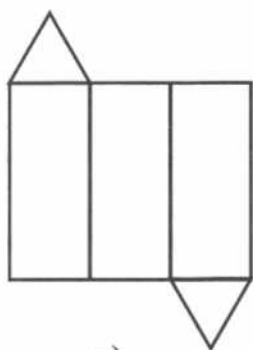
30. Укажите развертки треугольной призмы.



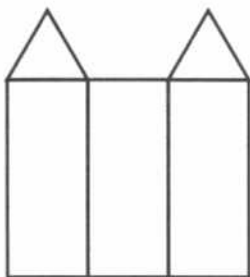
а)



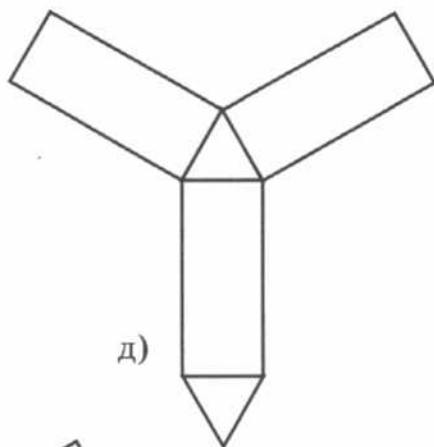
б)



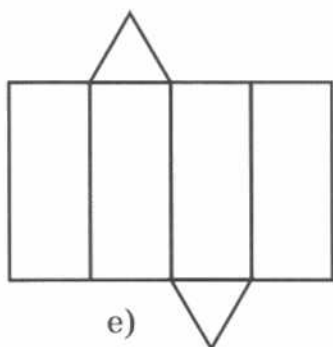
в)



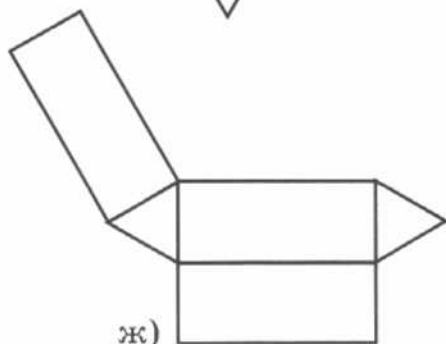
г)



д)



е)

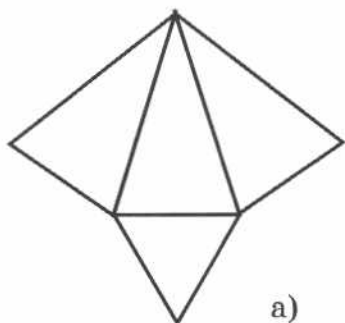


ж)

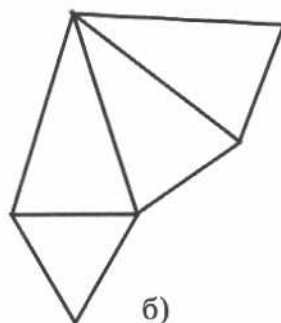
Ответ. \_\_\_\_\_



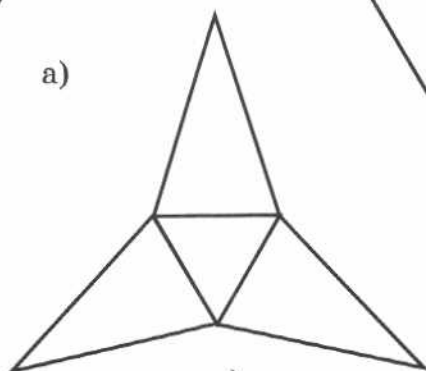
31. Укажите развертки треугольной пирамиды.



а)



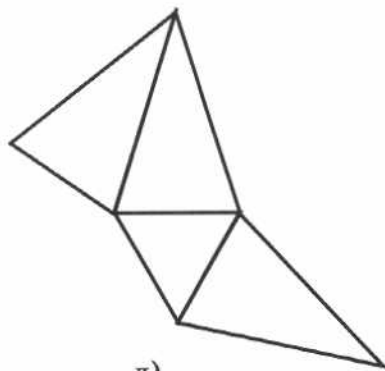
б)



в)



г)



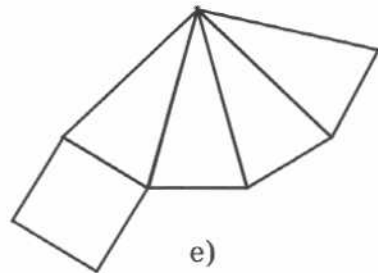
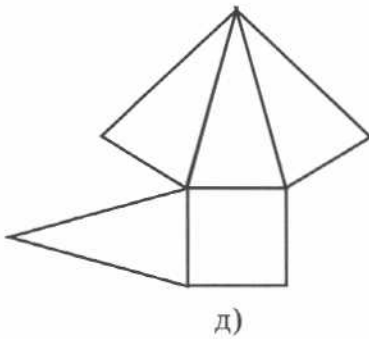
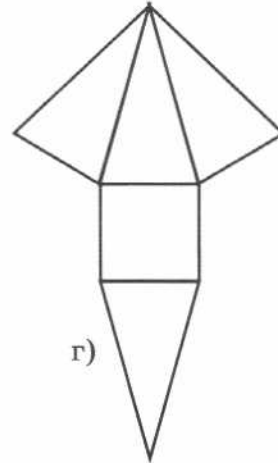
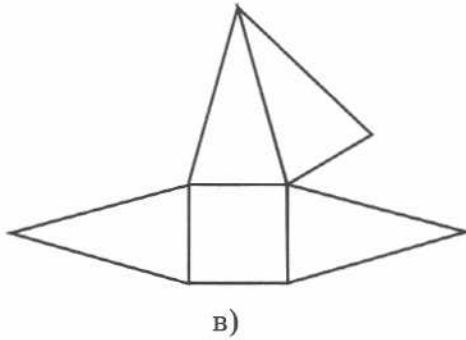
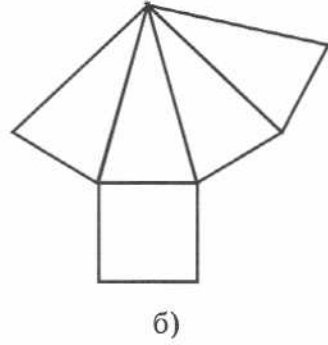
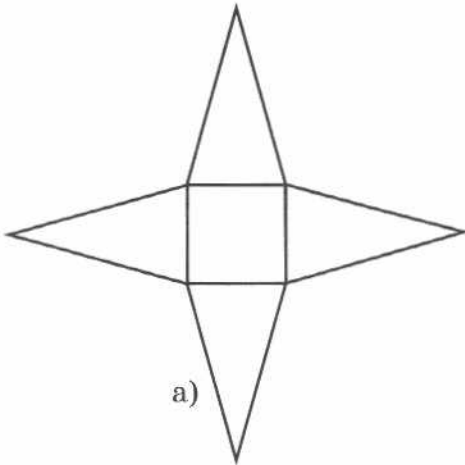
д)

Ответ. \_\_\_\_\_





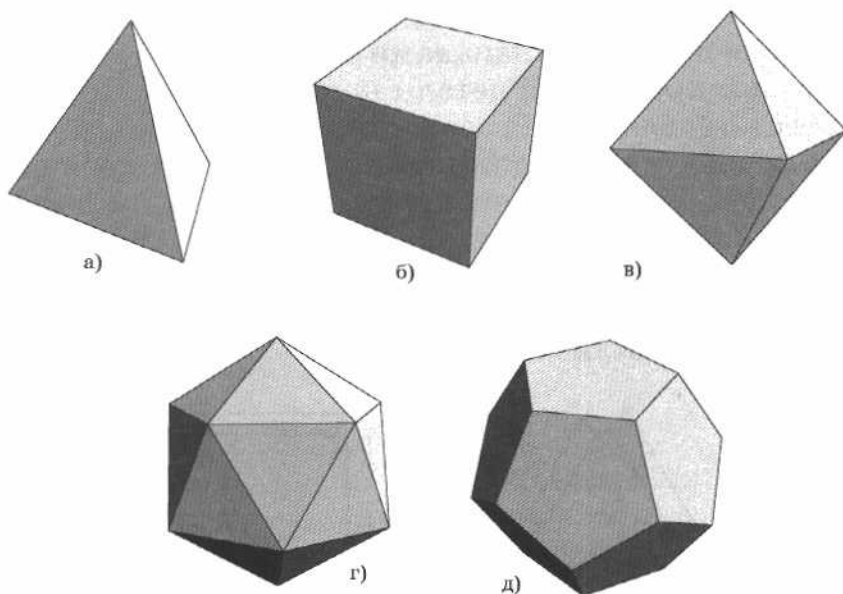
32. Укажите развертки четырехугольной пирамиды.



Ответ. \_\_\_\_\_

## 2. Правильные многогранники

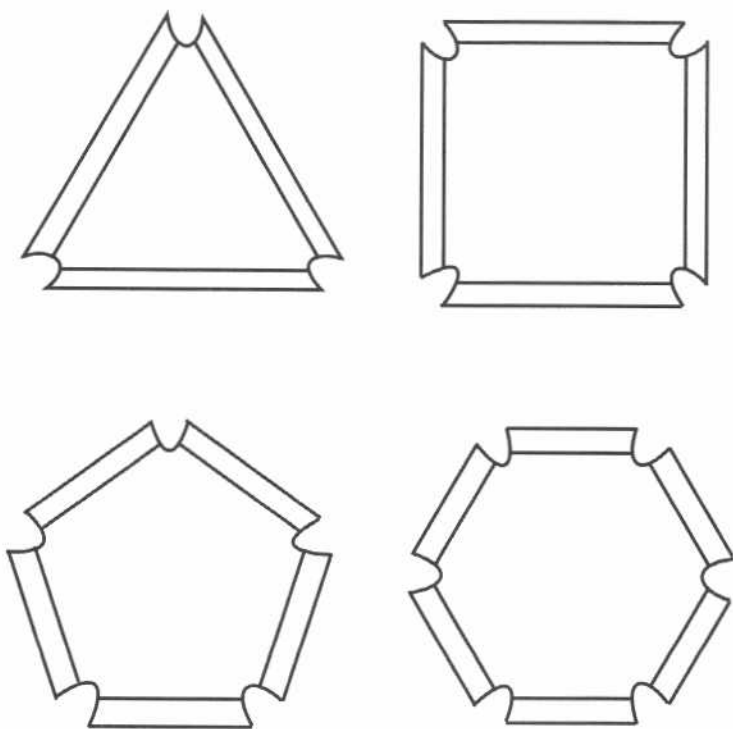
На рисунке изображены **правильные** многогранники. Их гранями являются равные правильные многоугольники, и в вершинах каждого многогранника сходится одинаковое число граней.



Правильные многогранники с древних времен привлекали к себе внимание ученых. Пифагор и его ученики считали, что все состоит из атомов, имеющих форму правильных многогранников. В частности, атомы огня имеют форму **тетраэдра** (его гранями являются четыре правильных треугольника, рисунок а); земли - **гексаэдра** (**куб** – многогранник, гранями которого являются шесть квадратов, рисунок б); воздуха – **октаэдра** (его гранями являются восемь правильных треугольников, рисунок в); воды – **икосаэдра** (его гранями являются двадцать правильных треугольников, рисунок г); вся Вселенная, по мнению древних, имела форму **додекаэдра** (его гранями являются двенадцать правильных пятиугольников, рисунок д).

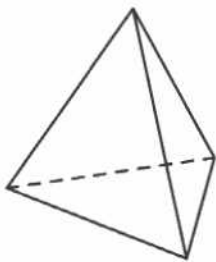
Названия многогранников тоже имеют древнегреческое происхождение. В переводе с греческого: «Тетра» - четыре; «Гекса» - шесть; «Окто» - восемь; «Икоси» - двадцать, «Додека» - двенадцать. «Эдра» - грань.

Модели правильных многогранников можно изготавливать с помощью конструктора, состоящего из многоугольников, сделанных из плотного материала с отгибающимися клапанами и резиновых колечек - основной крепежной детали конструктора. Подбирая соответствующим образом многоугольники в качестве граней многогранника и скрепляя их резиновыми колечками, можно получать модели различных правильных многогранников. Для того чтобы колечки лучше держались и не мешали друг другу, уголки многоугольников в конструкторе можно немного обрезать, как показано на рисунке.

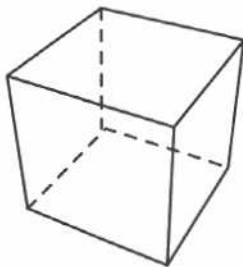


1. Сколько вершин (В), ребер (Р) и граней (Г) имеет:

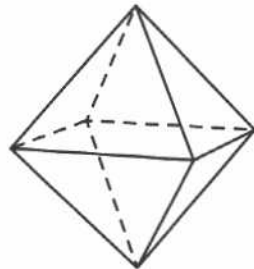
- а) тетраэдр;  
 б) куб;  
 в) октаэдр;  
 г) икосаэдр;  
 д) додекаэдр?



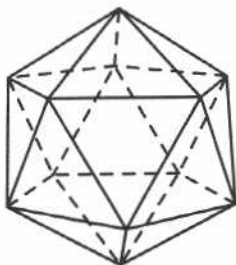
а)



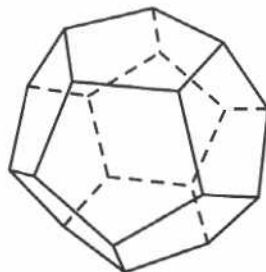
б)



в)



г)



д)

Ответ. а) В =           , Р =           , Г =           ;

б) В =           , Р =           , Г =           ;

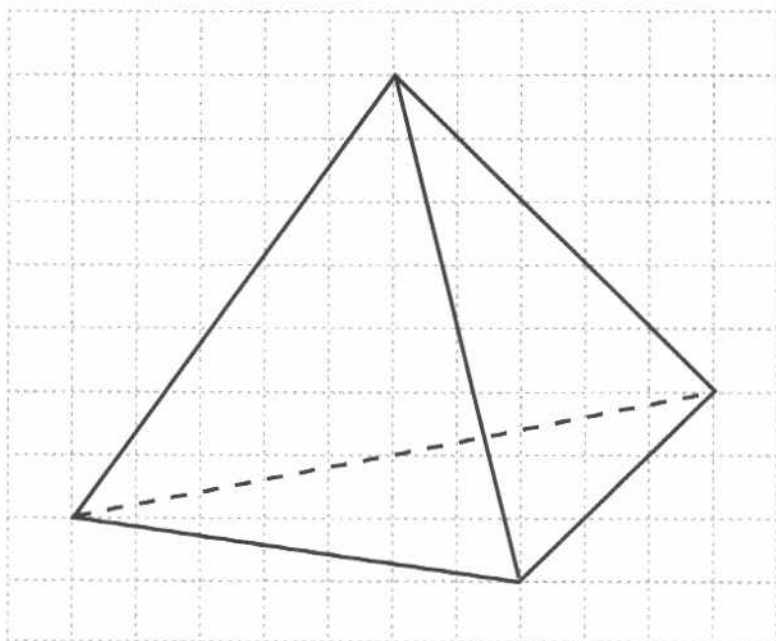
в) В =           , Р =           , Г =           ;

г) В =           , Р =           , Г =           ;

д) В =           , Р =           , Г =           .

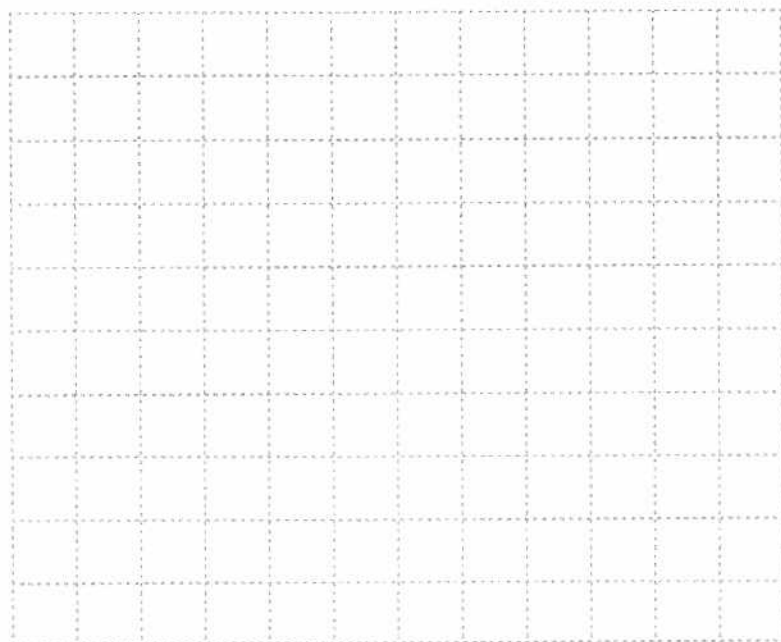
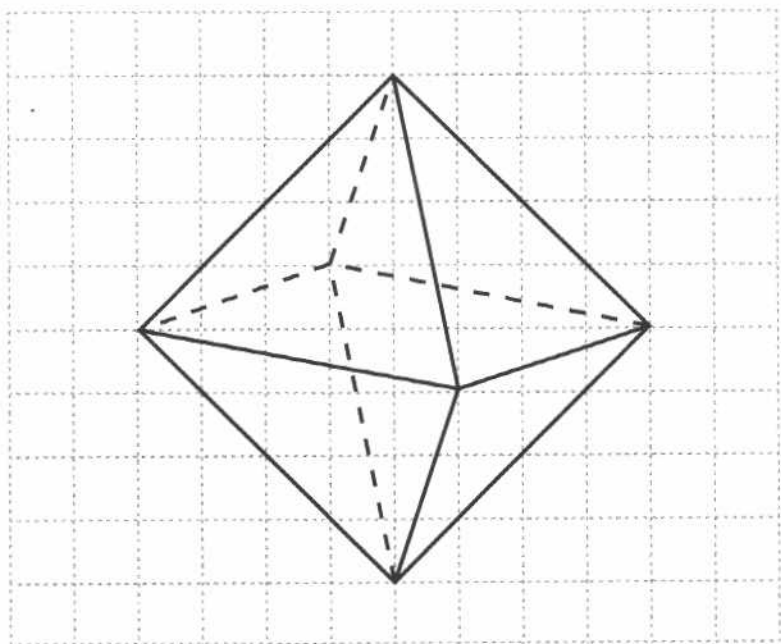


2. Изобразите тетраэдр аналогично данному на рисунке.



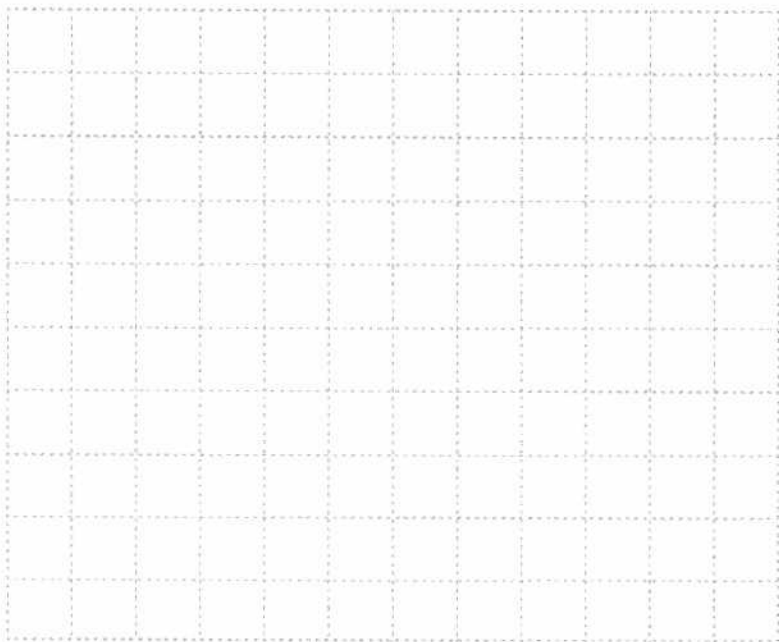
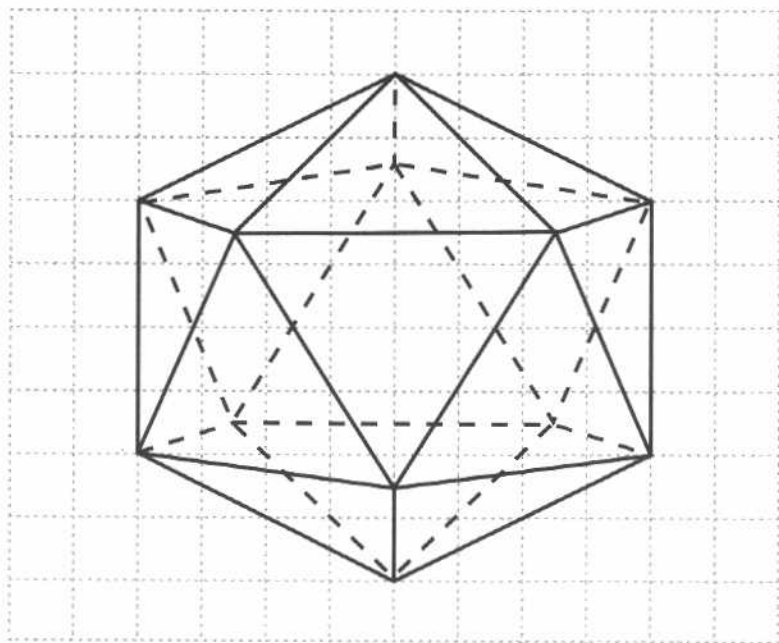


3. Изобразите октаэдр аналогично данному на рисунке.



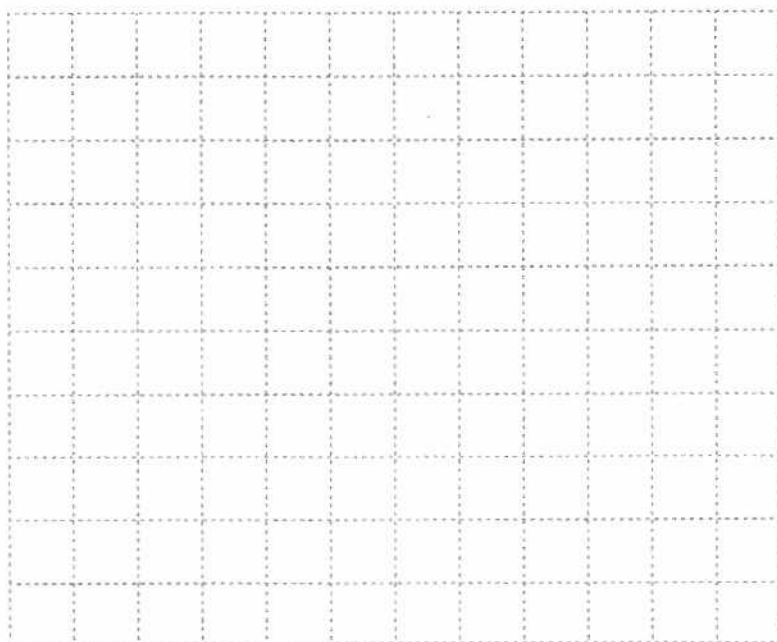
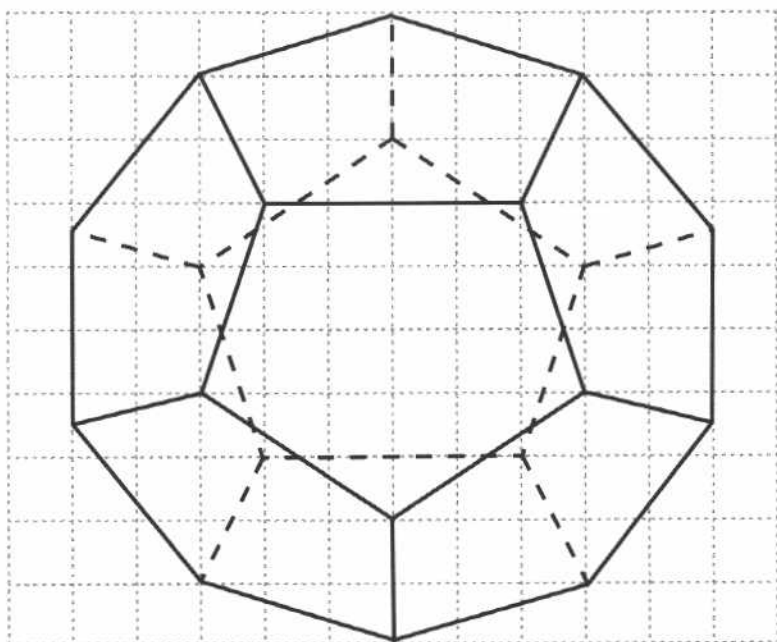


4. Изобразите икосаэдр аналогично данному на рисунке.



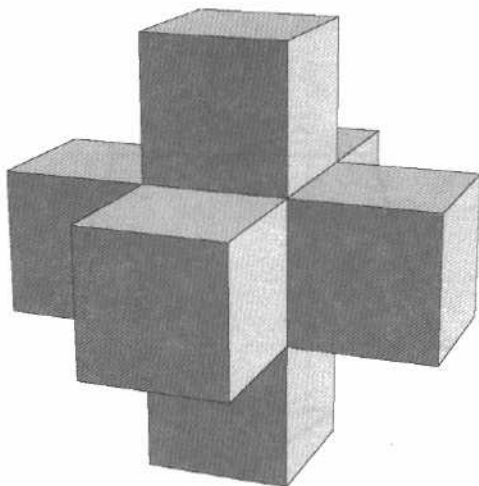


5. Изобразите додекаэдр аналогично данному на рисунке.



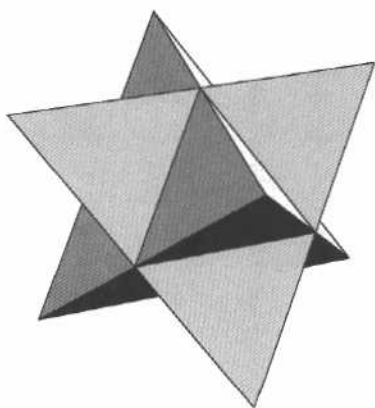


6. На рисунке изображен многогранник, состоящий из семи кубов. Является ли он правильным? Сколько у него вершин (В), ребер (Р), граней (Г)?



Ответ. \_\_\_\_\_ В =      , Р =      , Г =      .

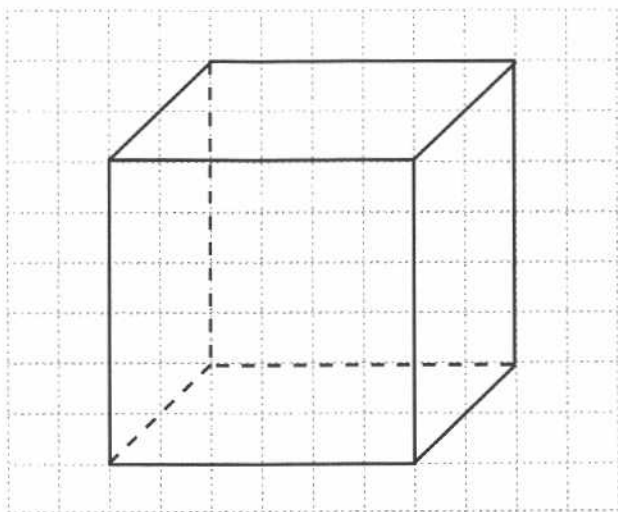
7. На рисунке изображен многогранник – звезда Кеплера, составленный из двух тетраэдров. Какой многогранник является общей частью этих тетраэдров?



Ответ. \_\_\_\_\_

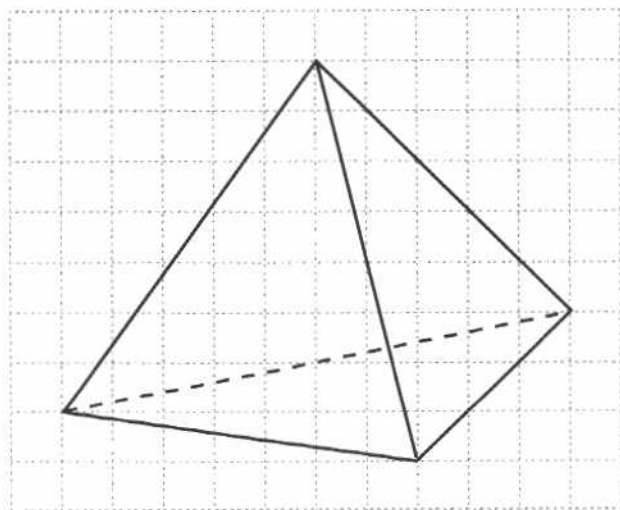


8. Отметьте на рисунке центры граней куба. Вершинами какого многогранника они являются?



Ответ. \_\_\_\_\_

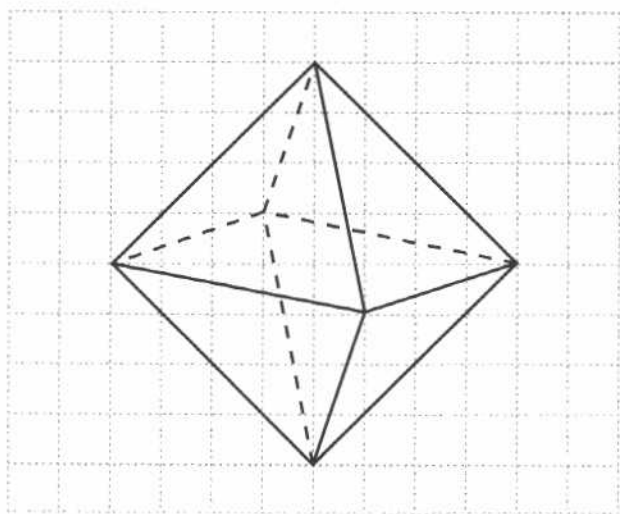
9. Вершинами какого многогранника являются центры граней тетраэдра?



Ответ. \_\_\_\_\_

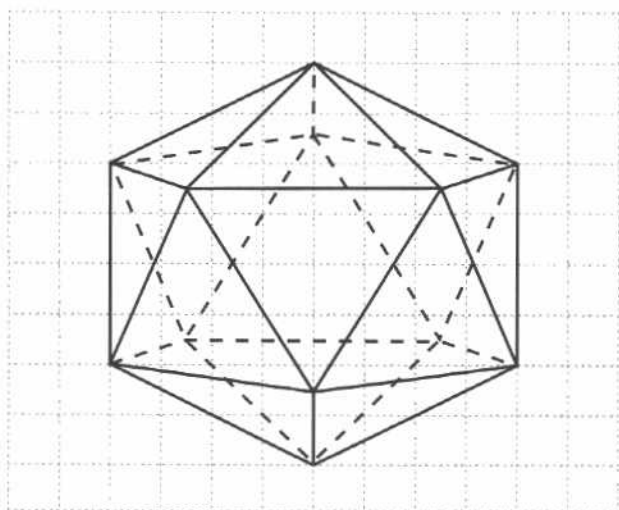


10. Вершинами какого многогранника являются центры граней октаэдра?



Ответ. \_\_\_\_\_

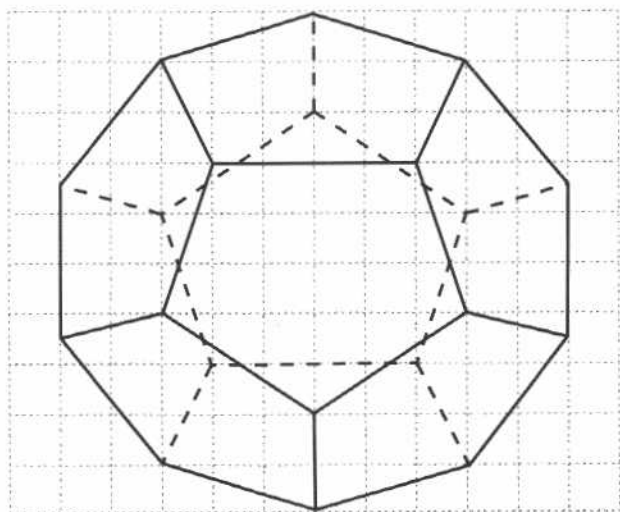
11. Вершинами какого многогранника являются центры граней икосаэдра?



Ответ. \_\_\_\_\_

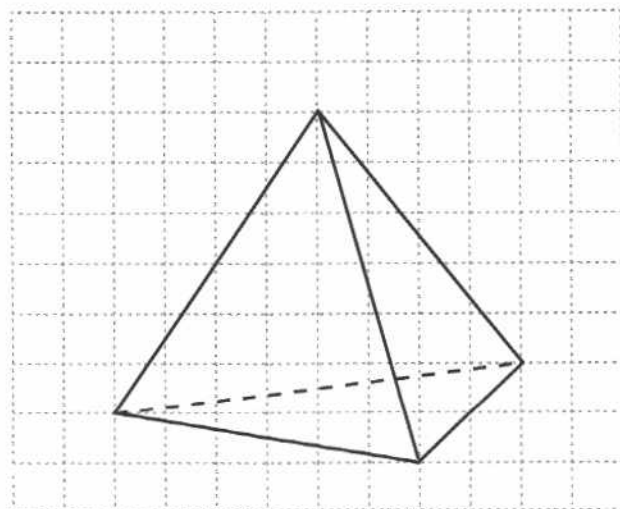


12. Вершинами какого многогранника являются центры граней додекаэдра?



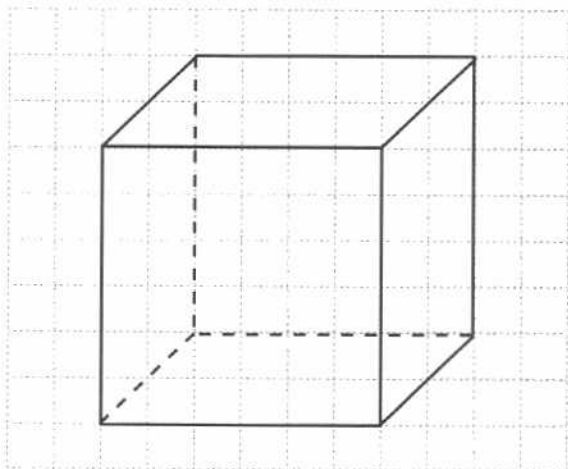
Ответ. \_\_\_\_\_

13. Отметьте на рисунке середины ребер тетраэдра. Вершинами какого многогранника они являются?



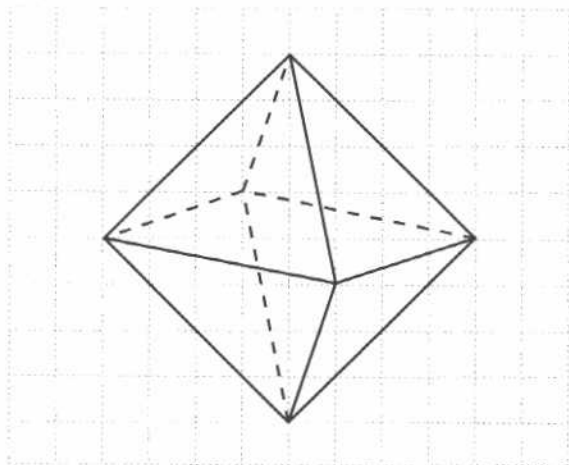
Ответ. \_\_\_\_\_

14. Изобразите многогранник, вершинами которого являются середины ребер куба. Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



Ответ. В =     , Р =     , Г =     .

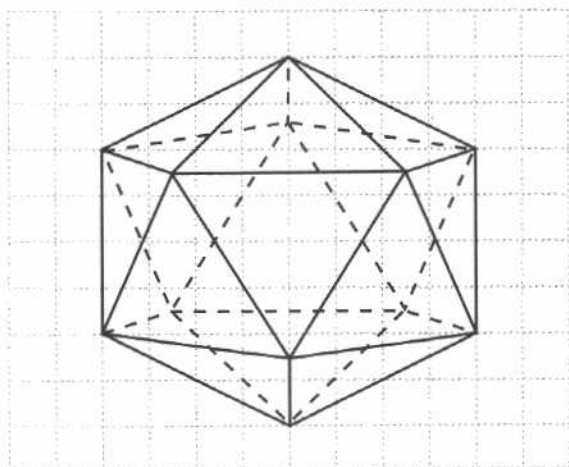
15. Изобразите многогранник, вершинами которого являются середины ребер октаэдра. Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



Ответ. В =     , Р =     , Г =     .

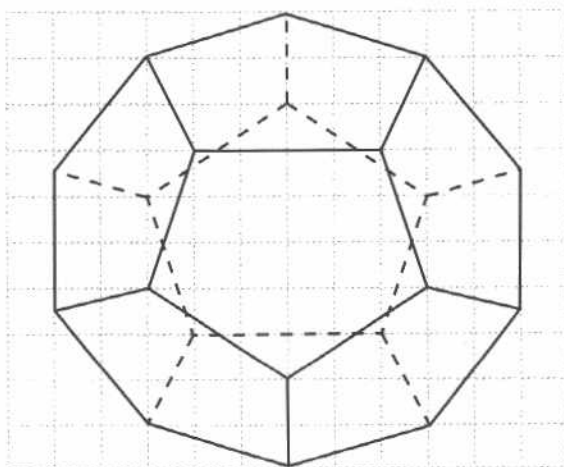


16. Изобразите видимые ребра многогранника, вершинами которого являются середины ребер икосаэдра. Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



Ответ. В =     , Р =     , Г =     .

17. Изобразите видимые ребра многогранника, вершинами которого являются середины ребер додекаэдра. Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



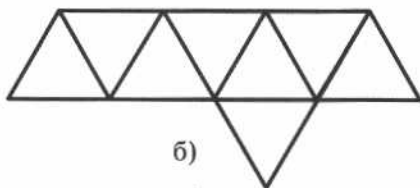
Ответ. В =     , Р =     , Г =     .



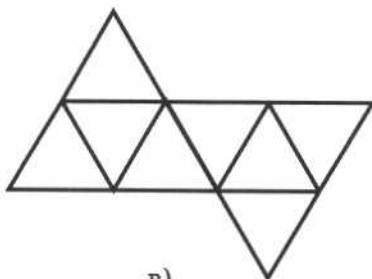
18. Укажите развертки октаэдра.



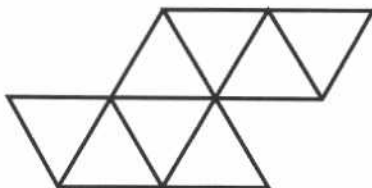
а)



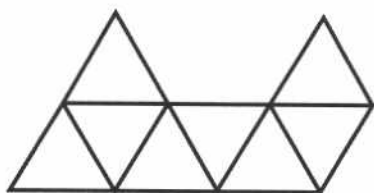
б)



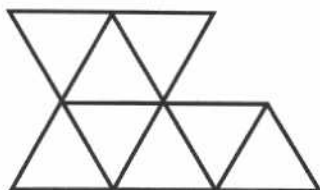
в)



г)



д)

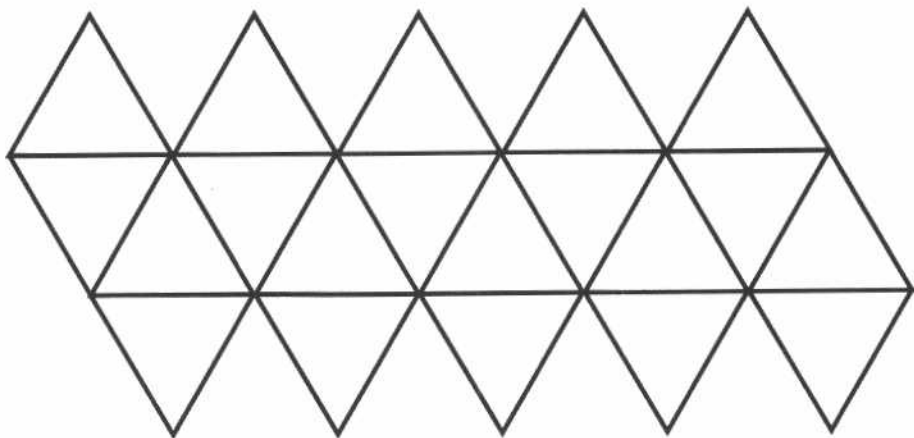


е)

Ответ. \_\_\_\_\_.

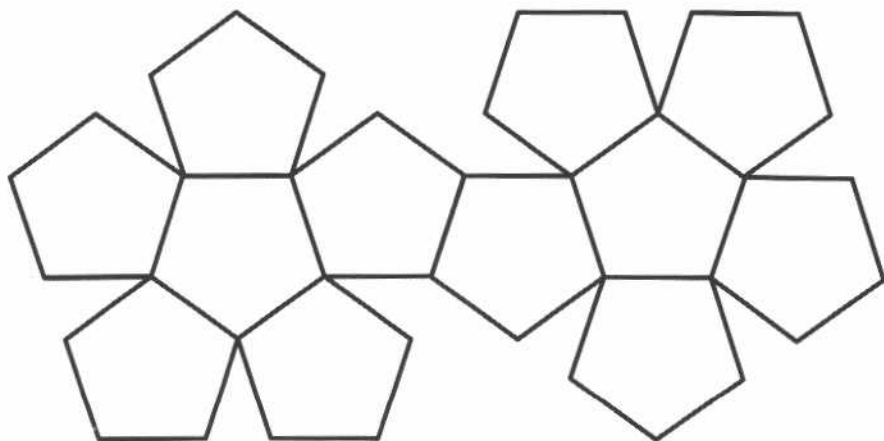


19. Является ли фигура, изображенная на рисунке, разверткой икосаэдра?



Ответ. \_\_\_\_\_

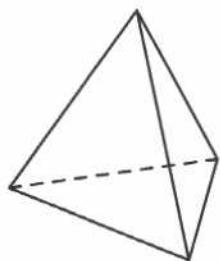
20. Является ли фигура, изображенная на рисунке, разверткой додекаэдра?



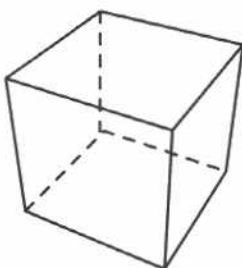
Ответ. \_\_\_\_\_



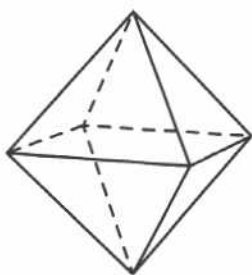
21. Окраска граней многогранника называется правильной, если соседние грани имеют разные цвета. Какое минимальное число красок потребуется для правильной окраски граней: а) тетраэдра; б) куба; в) октаэдра; г) икосаэдра; д) додекаэдра?



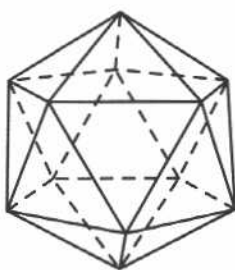
а)



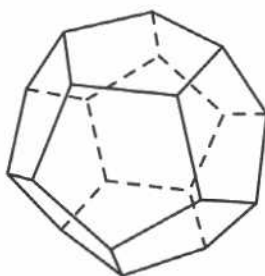
б)



в)



г)



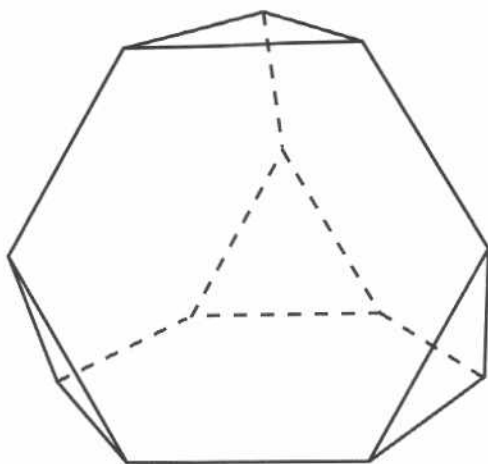
д)

Ответ. а) \_\_\_\_\_ ; б) \_\_\_\_\_ ;

в) \_\_\_\_\_ ; г) \_\_\_\_\_ ; д) \_\_\_\_\_ .

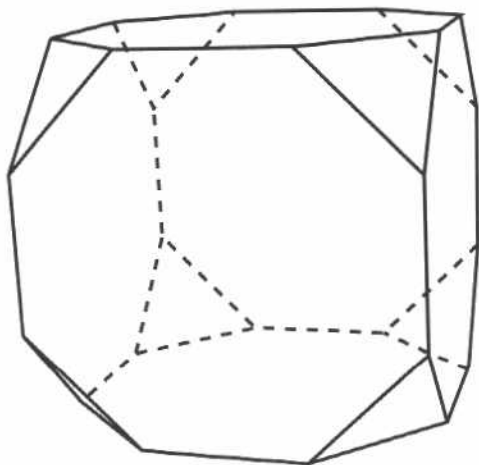


22. Многогранник, изображенный на рисунке, получен отсечением углов тетраэдра. Сколько у него вершин, ребер и граней?



Ответ. \_\_\_\_\_

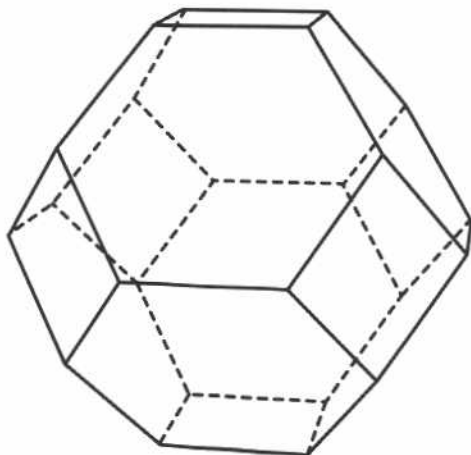
23. Многогранник, изображенный на рисунке, получен отсечением углов куба. Сколько у него вершин, ребер и граней?



Ответ. \_\_\_\_\_

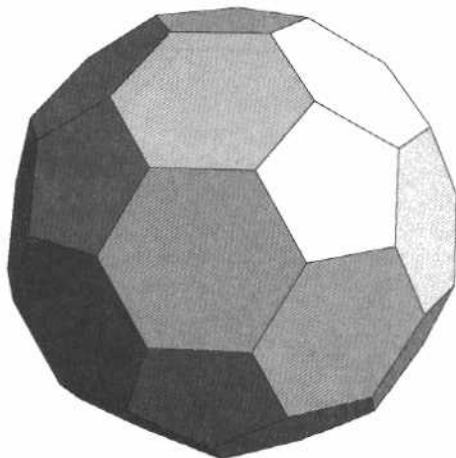


24. Многогранник, изображенный на рисунке, получен отсечением углов октаэдра. Сколько у него вершин, ребер и граней?



Ответ. \_\_\_\_\_

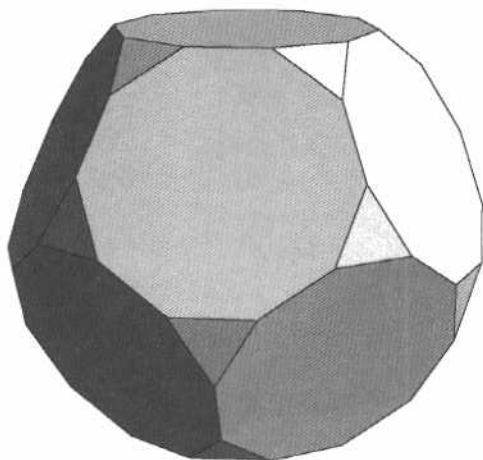
25. Многогранник, изображенный на рисунке, получен отсечением углов икосаэдра. Сколько у него вершин, ребер и граней?



Ответ. \_\_\_\_\_

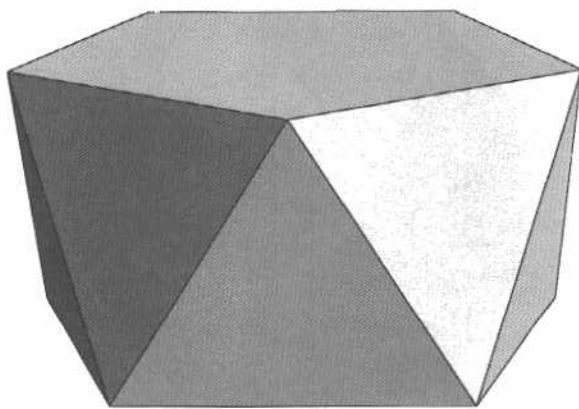


26. Многогранник, изображенный на рисунке, получен отсечением углов додекаэдра. Сколько у него вершин, ребер и граней?



Ответ. \_\_\_\_\_

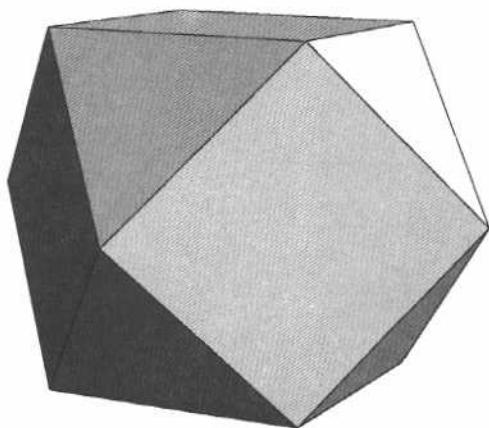
27. Многогранник, изображенный на рисунке, называется пятиугольной антипризмой. Ее основаниями являются пятиугольники, а боковыми гранями – треугольники. Сколько у нее вершин, ребер и граней?



Ответ. \_\_\_\_\_

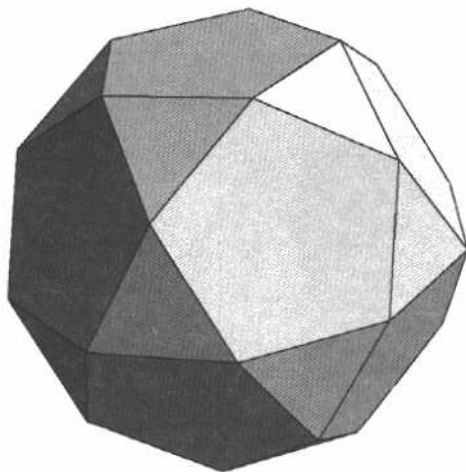


28. Гранями многогранника, изображенного на рисунке, являются шесть квадратов и правильные треугольники. Сколько у него вершин, ребер и граней?



Ответ. \_\_\_\_\_

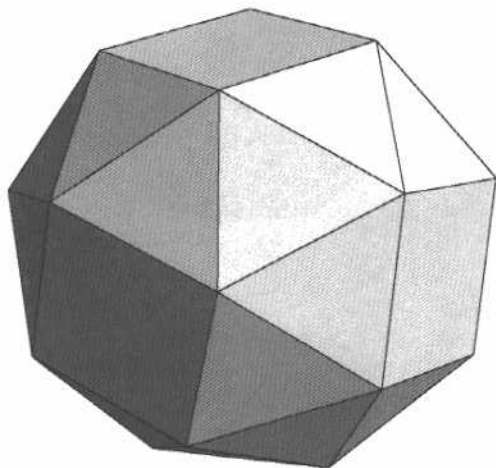
29. Гранями многогранника, изображенного на рисунке, являются правильные треугольники и двенадцать правильных пятиугольников. Сколько у него вершин, ребер и граней?



Ответ. \_\_\_\_\_

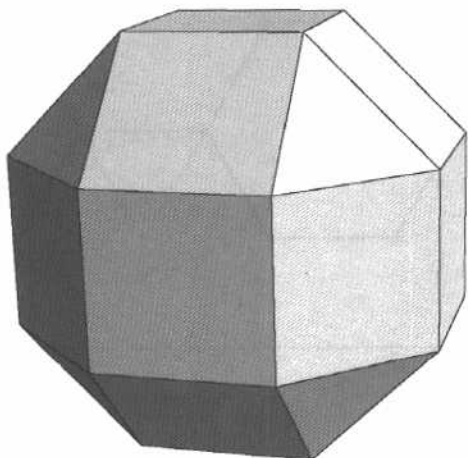


30. Гранями многогранника, изображенного на рисунке, являются шесть квадратов и правильные треугольники. Сколько у него вершин, ребер и граней?



Ответ. \_\_\_\_\_

31. Гранями многогранника, изображенного на рисунке, являются квадраты и восемь правильных треугольников. Сколько у него вершин, ребер и граней?



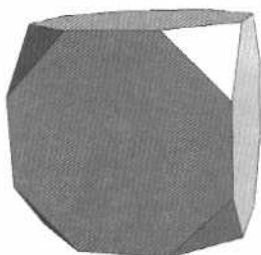
Ответ. \_\_\_\_\_



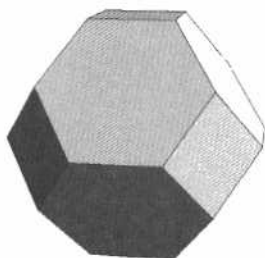
32. Укажите номер многогранника, развертка которого изображена на рисунке.



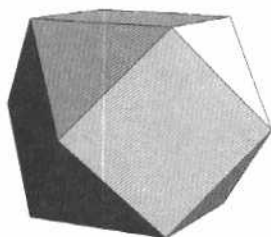
1)



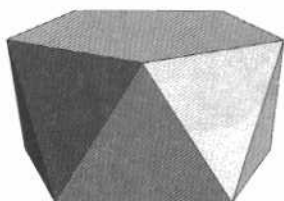
2)



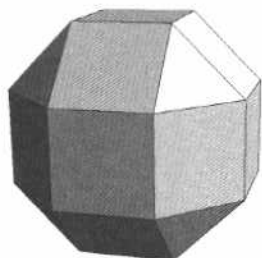
3)



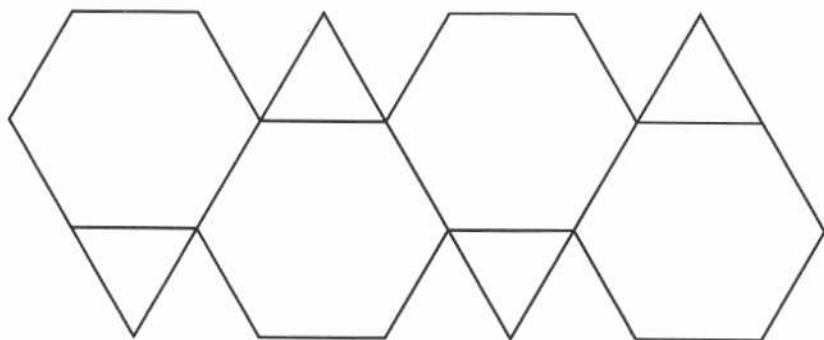
4)



5)

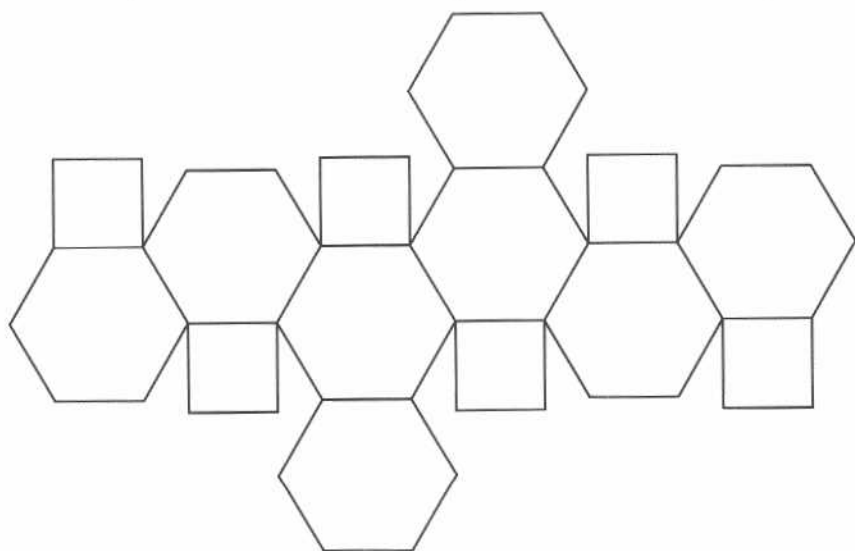
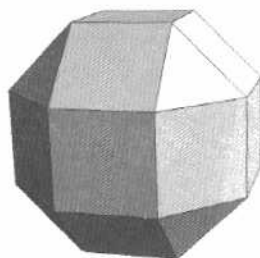
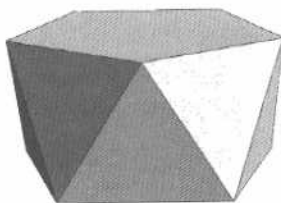
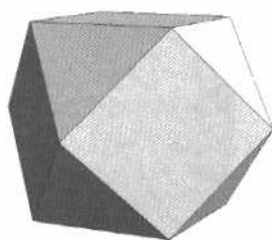
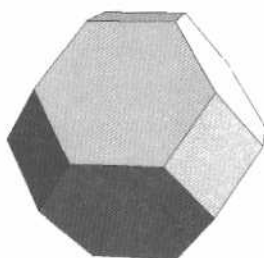
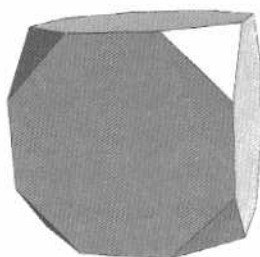


6)



Ответ. \_\_\_\_\_

33. Укажите номер многогранника, развертка которого изображена на рисунке.

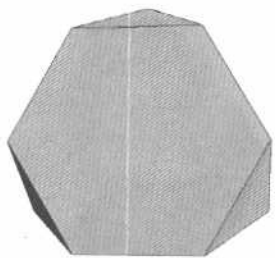


Ответ. \_\_\_\_\_

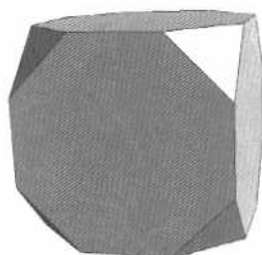




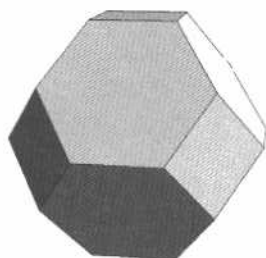
34. Укажите номер многогранника, развертка которого изображена на рисунке.



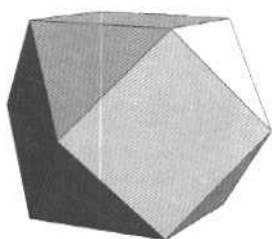
1)



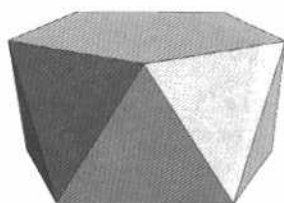
2)



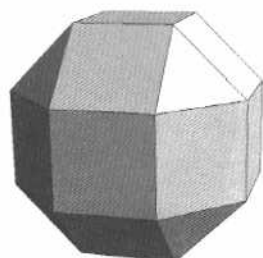
3)



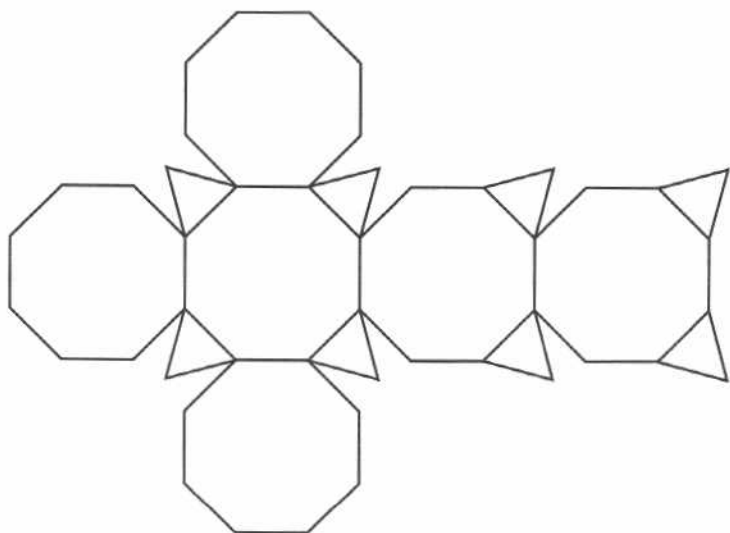
4)



5)



6)



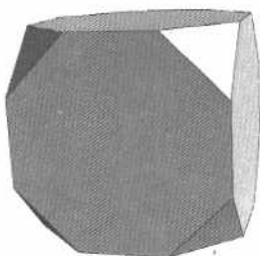
Ответ. \_\_\_\_\_



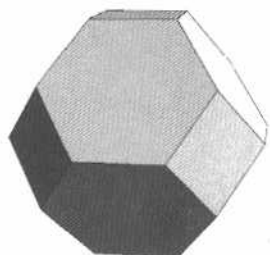
35. Укажите номер многогранника, развертка которого изображена на рисунке.



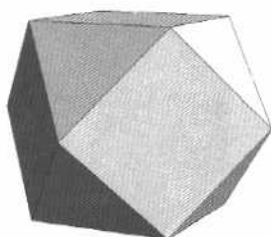
1)



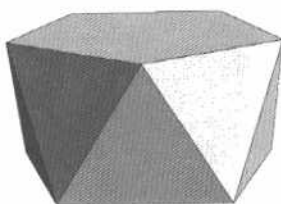
2)



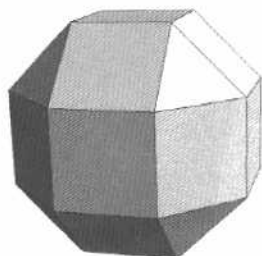
3)



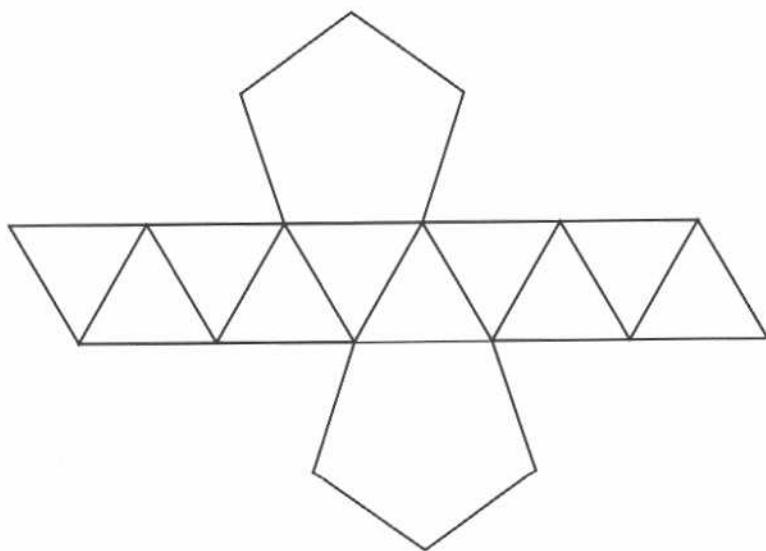
4)



5)



6)



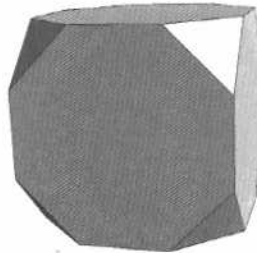
Ответ. \_\_\_\_\_



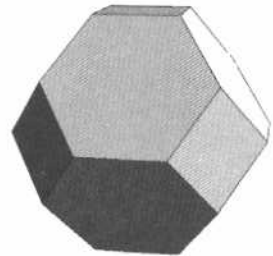
36. Укажите номер многогранника, развертка которого изображена на рисунке.



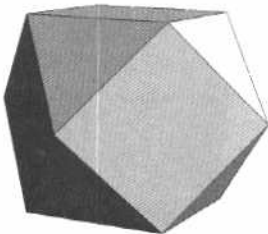
1)



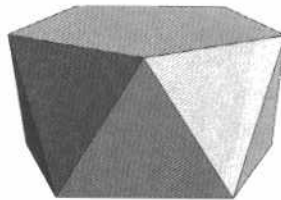
2)



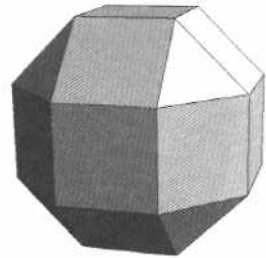
3)



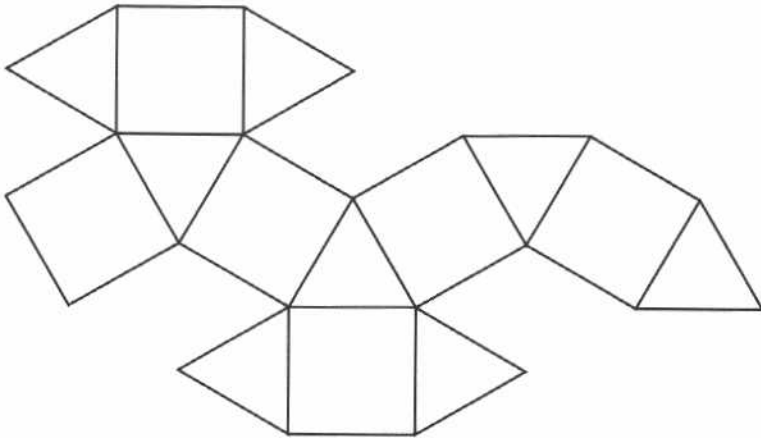
4)



5)



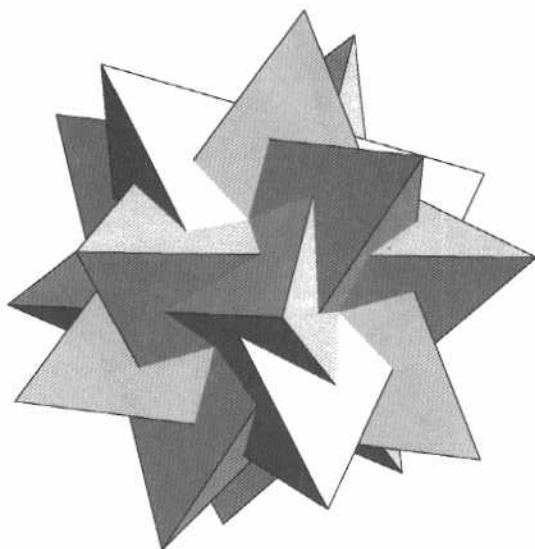
6)



Ответ. \_\_\_\_\_

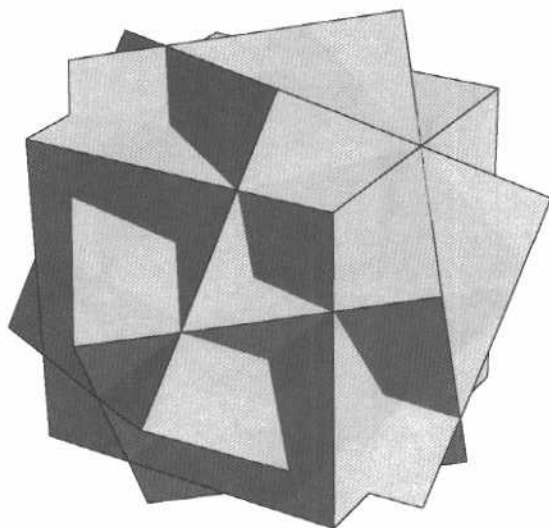


37. Сколько тетраэдров изображено на рисунке?



Ответ. \_\_\_\_\_

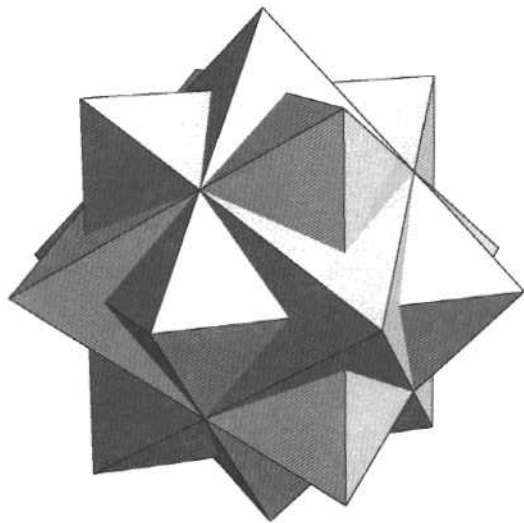
38. Сколько кубов изображено на рисунке?



Ответ. \_\_\_\_\_

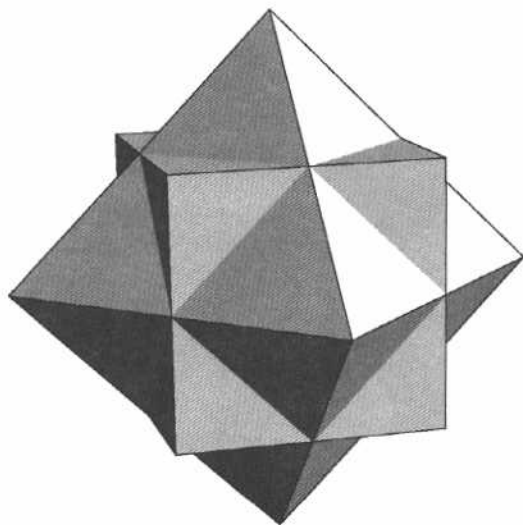


39. Сколько октаэдров изображено на рисунке?



Ответ. \_\_\_\_\_

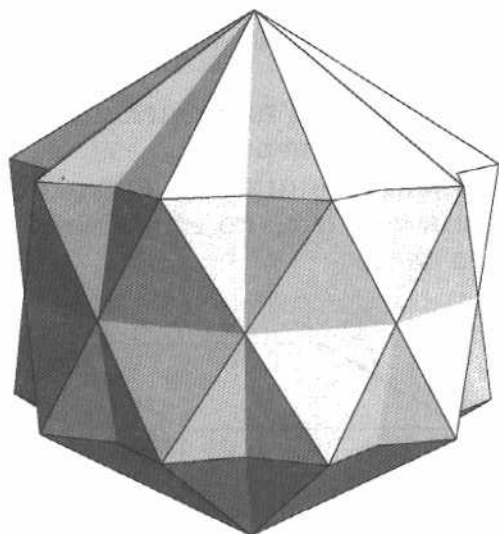
40. Соединение каких двух многогранников изображено на рисунке?



Ответ. \_\_\_\_\_

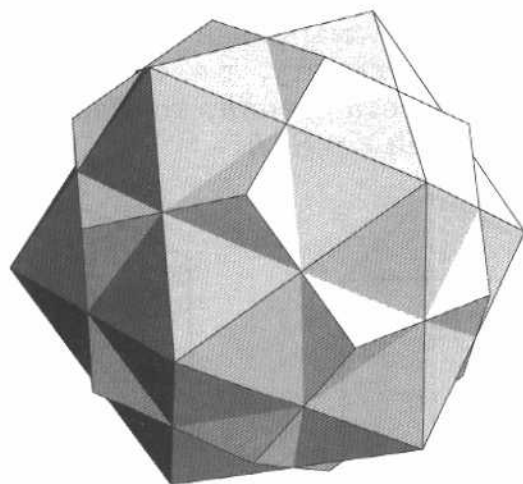


41. Соединение каких двух многогранников изображено на рисунке?



Ответ. \_\_\_\_\_

42. Соединение каких двух многогранников изображено на рисунке?

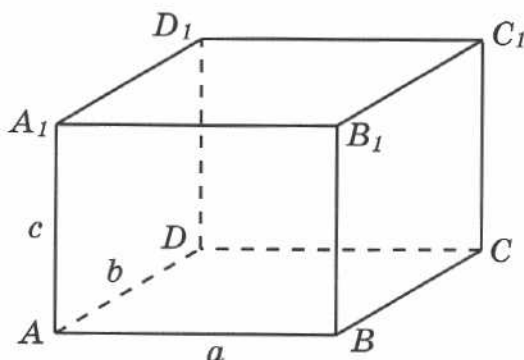


Ответ. \_\_\_\_\_

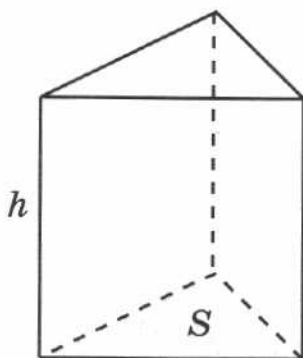
## 3. Объем и площадь поверхности

Объем пространственной фигуры характеризует величину части пространства, которую занимает эта фигура.

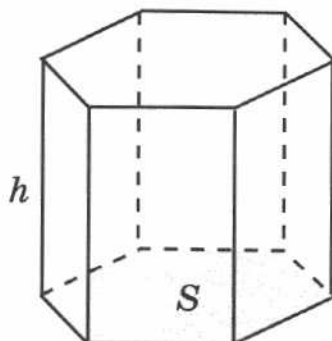
Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений, т.е. если ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны  $a$ ,  $b$  и  $c$ , то его объем  $V$  выражается формулой  $V = a \cdot b \cdot c$ .



Объем прямой призмы равен произведению площади ее основания на высоту, т.е. если площадь основания равна  $S$ , а высота равна  $h$ , то объем  $V$  призмы выражается формулой  $V = S \cdot h$ .



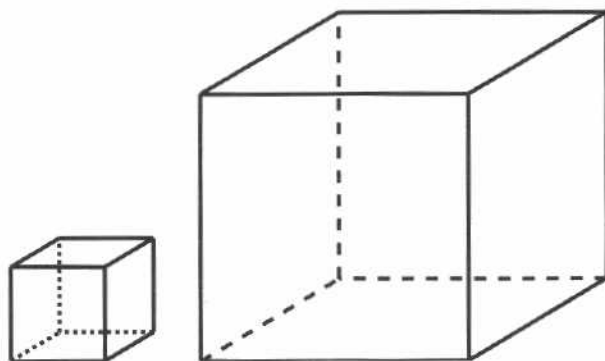
а)



б)

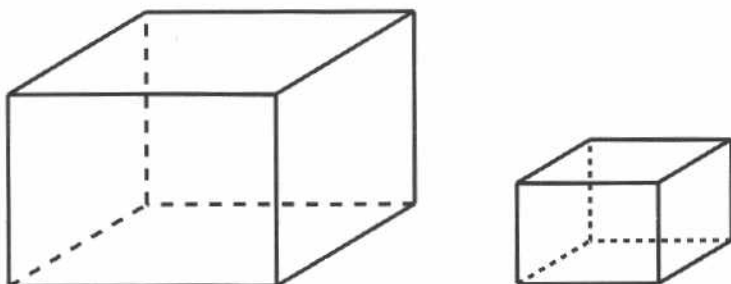
Если фигура разрезана на несколько частей, то ее объем равен сумме объемов этих частей.

1. Во сколько раз увеличится объем куба, если все его ребра увеличить в 3 раза?



Ответ. \_\_\_\_\_

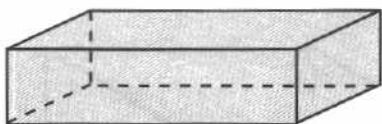
2. Во сколько раз уменьшится объем прямоугольного параллелепипеда, если все его ребра уменьшить в 2 раза?



Ответ. \_\_\_\_\_

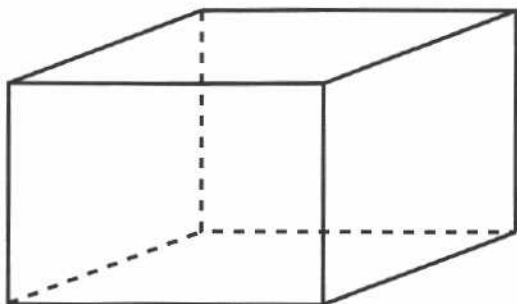


3. Строительный кирпич весит 4 кг. Сколько граммов весит игрушечный кирпич из того же материала, все размеры которого в четыре раза меньше?



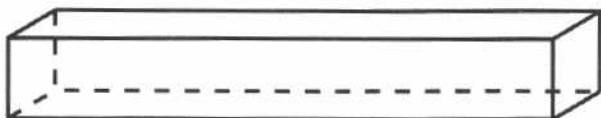
Ответ. \_\_\_\_\_

4. Сколько коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размерами 30х40х50 (см) можно поместить в кузов машины размерами 2х3х1,5 (м)?



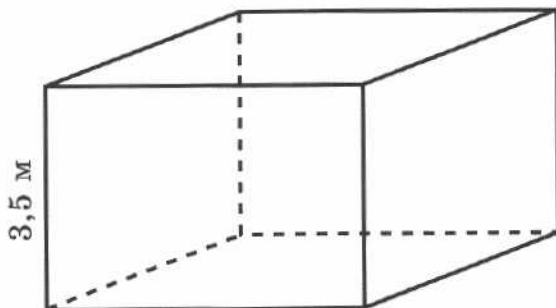
Ответ. \_\_\_\_\_

5. Сколько досок длиной 3,5 м, шириной 20 см и толщиной 20 мм выйдет из четырехугольной балки длиной 105 дм, имеющей в сечении прямоугольник размером 30 см х 40 см?



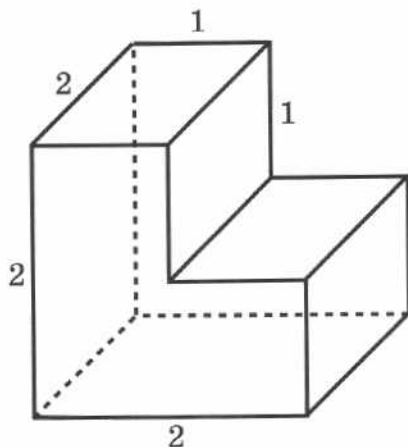
Ответ. \_\_\_\_\_

6. Какова должна быть площадь кабинета высотой 3,5 м для класса в 28 человек, если на каждого ученика нужно 7,5 м<sup>3</sup> воздуха?



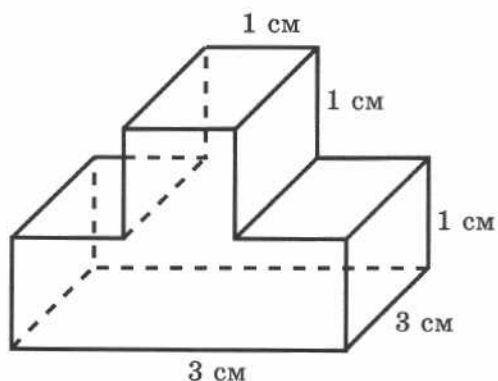
Ответ. \_\_\_\_\_

7. Найдите объем детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



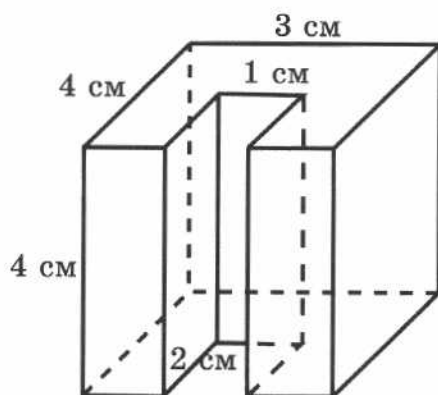
Ответ. \_\_\_\_\_

8. Найдите объем детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



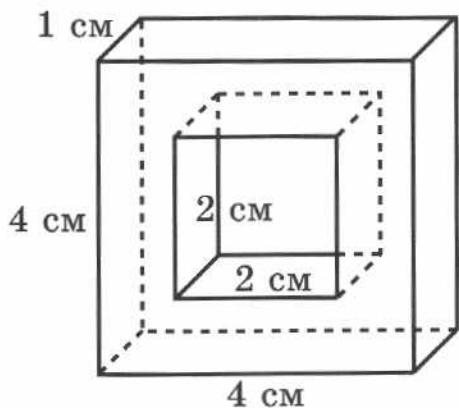
Ответ. \_\_\_\_\_

9. Найдите объем детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



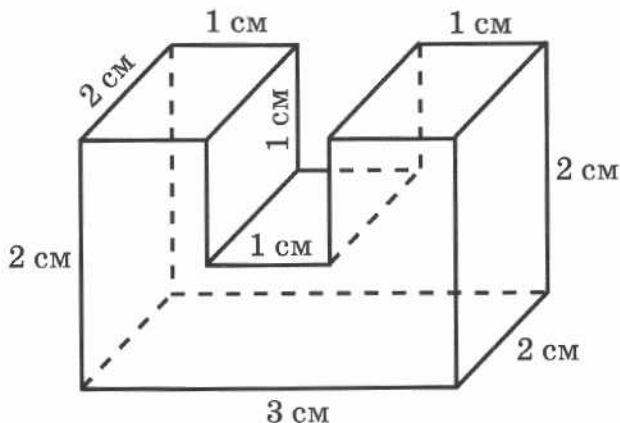
Ответ. \_\_\_\_\_

10. Найдите объем детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



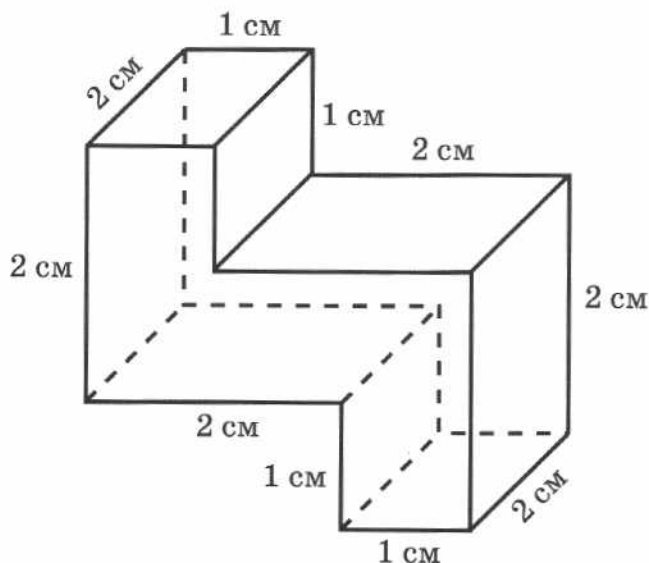
Ответ. \_\_\_\_\_

11. Найдите объем детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



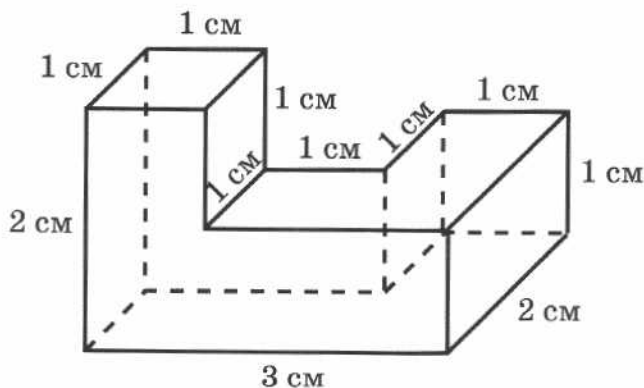
Ответ. \_\_\_\_\_

12. Найдите объем детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



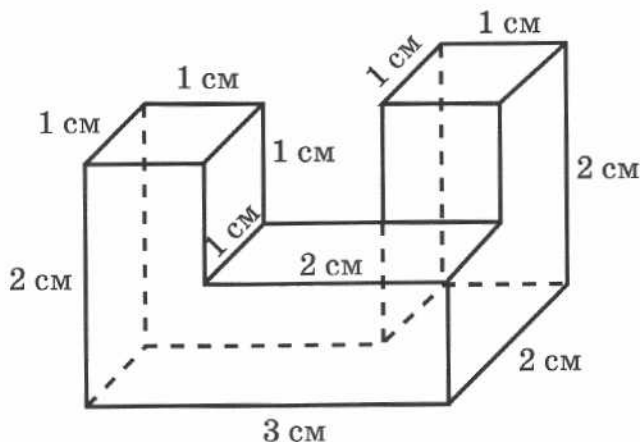
Ответ. \_\_\_\_\_

13. Найдите объем детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



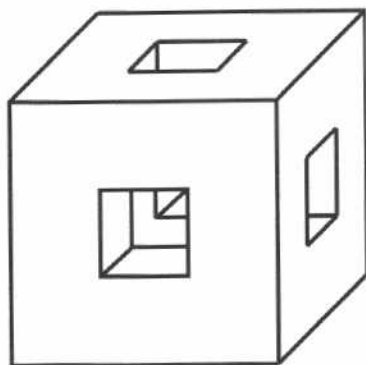
Ответ. \_\_\_\_\_

14. Найдите объем детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



Ответ. \_\_\_\_\_

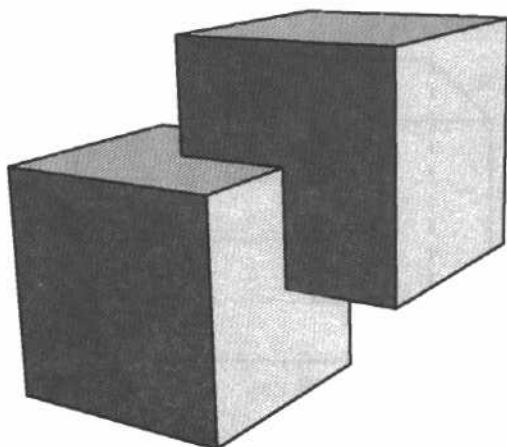
15. В каждой грани куба с ребром 6 см проделали сквозное квадратное отверстие со стороной квадрата 2 см. Найдите объем оставшейся части.



Ответ. \_\_\_\_\_

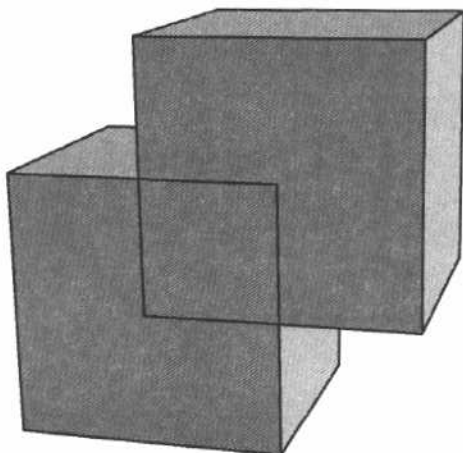


16. Найдите объем общей части (пересечения) двух единичных кубов, вершина одного из которых расположена в центре другого, как показано на рисунке.



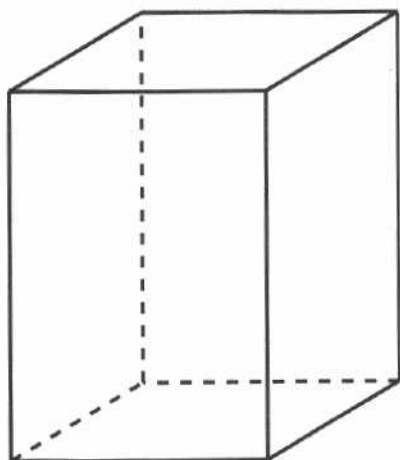
Ответ. \_\_\_\_\_

17. Найдите объем фигуры, составленной из двух единичных кубов, две вершины одного из которых расположены в центрах граней другого.



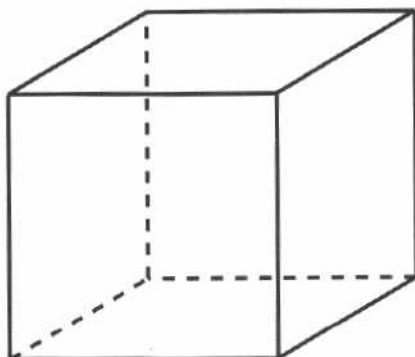
Ответ. \_\_\_\_\_

18. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2 и 3. Каким должно быть третье ребро, выходящее из той же вершины, чтобы объем этого параллелепипеда равнялся 30?



Ответ. \_\_\_\_\_

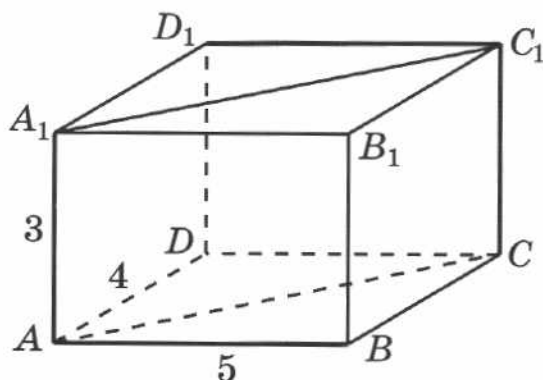
19. Площадь поверхности куба равна 24. Найдите его объем.



Ответ. \_\_\_\_\_

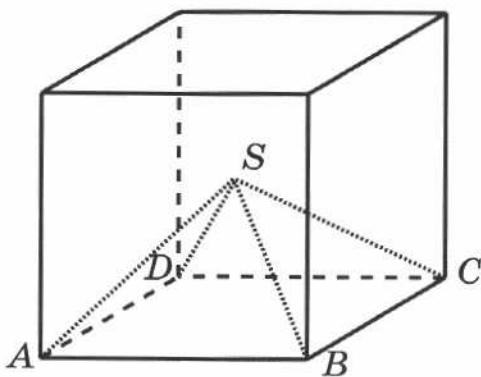


20. Ребра прямоугольного параллелепипеда  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ , выходящие из одной вершины, равны 5, 4, 3. Найдите объем треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ .



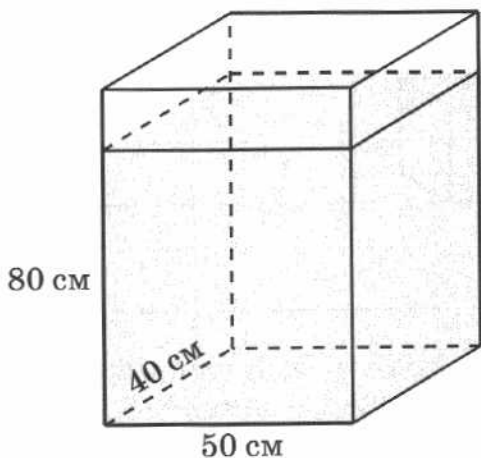
Ответ. \_\_\_\_\_

21. Найдите объем пирамиды  $SABCD$ , основанием которой является грань единичного куба, а вершиной — центр этого куба.



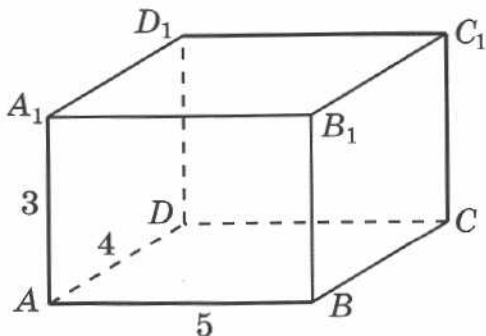
Ответ. \_\_\_\_\_

22. Основанием аквариума является прямоугольник со сторонами 40 см и 50 см. Уровень воды в нем находится на высоте 80 см. Эту воду перелили в другой аквариум, основанием которого является прямоугольник со сторонами 80 см и 100 см. На какой высоте будет находиться уровень воды?



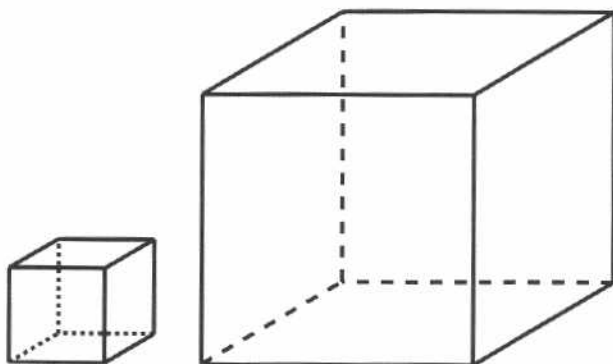
Ответ. \_\_\_\_\_

23. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда  $ABCA_1B_1C_1D_1$ , ребра которого, выходящие из одной вершины, равны 5, 4, 3.



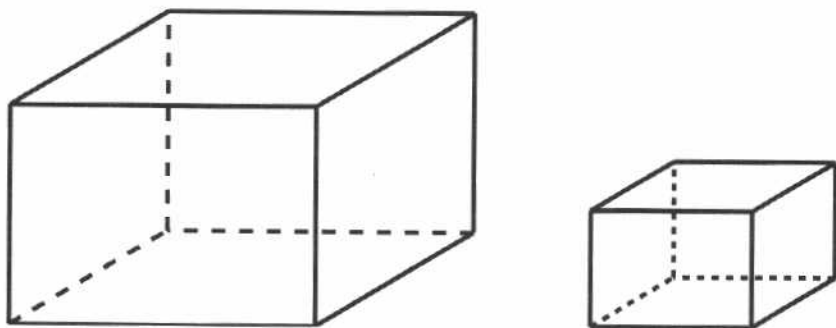
Ответ. \_\_\_\_\_

24. Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если все его ребра увеличить в 3 раза?



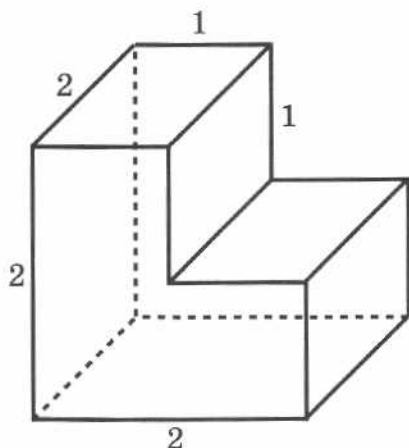
Ответ. \_\_\_\_\_

25. Во сколько раз уменьшится площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если все его ребра уменьшить в 2 раза?



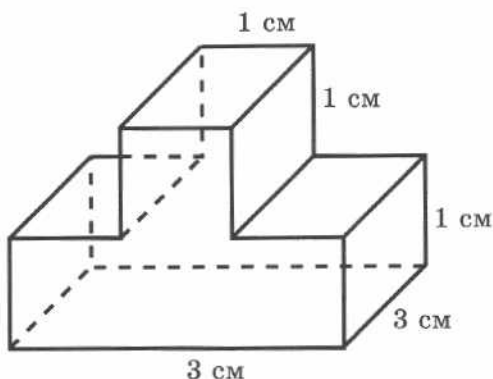
Ответ. \_\_\_\_\_

26. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



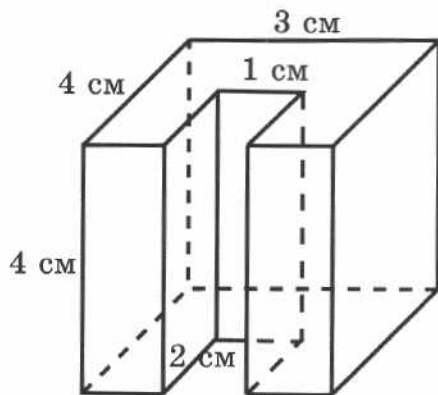
Ответ. \_\_\_\_\_

27. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



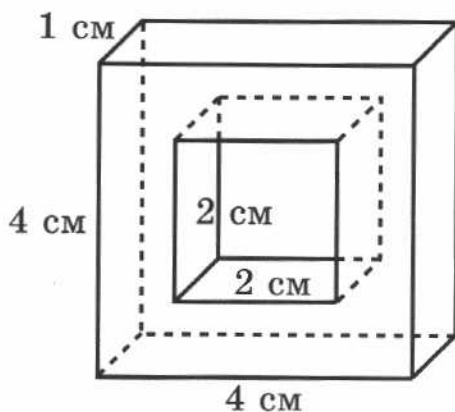
Ответ. \_\_\_\_\_

28. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



Ответ. \_\_\_\_\_

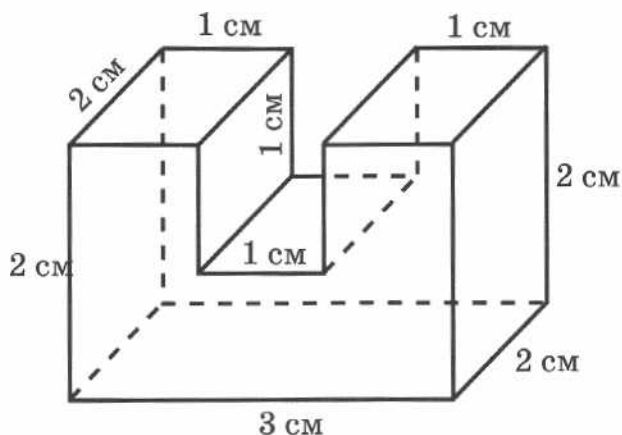
29. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



Ответ. \_\_\_\_\_

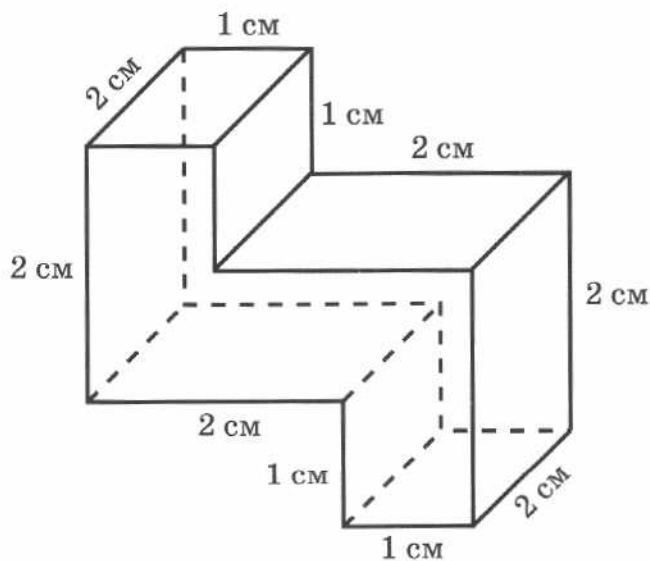


30. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



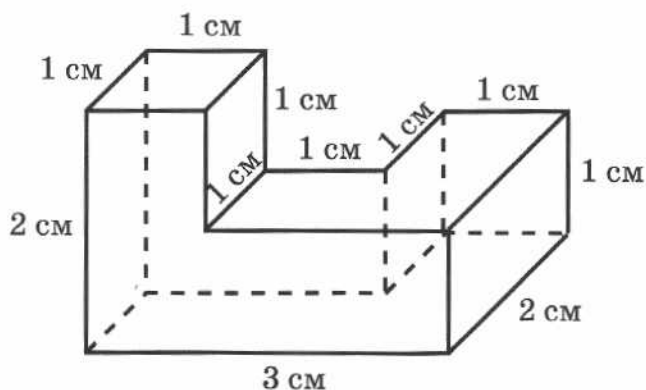
Ответ. \_\_\_\_\_

31. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



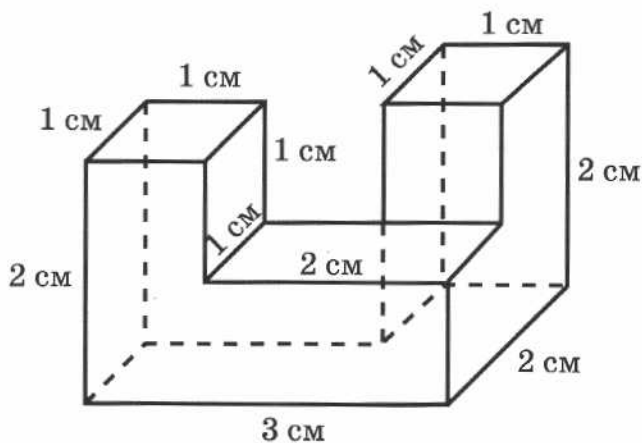
Ответ. \_\_\_\_\_

32. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



Ответ. \_\_\_\_\_

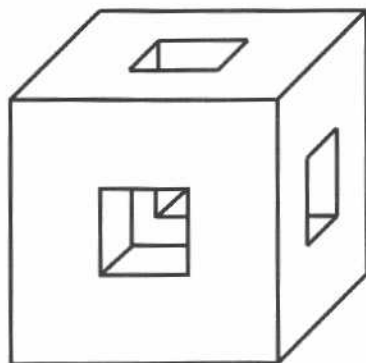
33. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке (все углы – прямые).



Ответ. \_\_\_\_\_

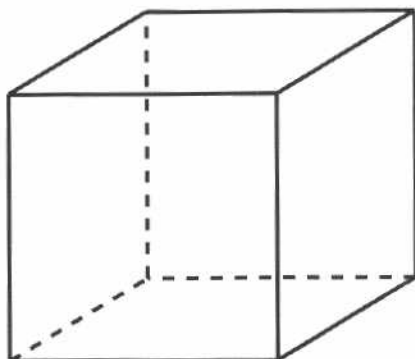


34. В каждой грани куба с ребром 6 см проделали сквозное квадратное отверстие со стороной квадрата 2 см. Найдите площадь поверхности оставшейся части.



Ответ. \_\_\_\_\_

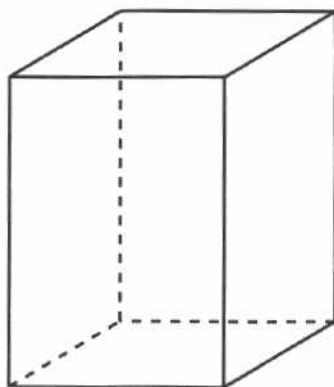
35. Объем куба равен 27. Найдите его площадь поверхности.



Ответ. \_\_\_\_\_

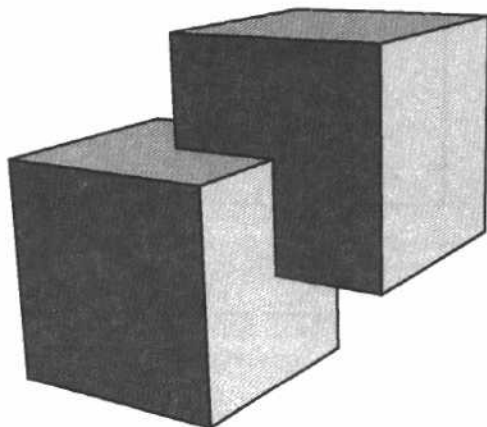


36. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2. Каким должно быть третье ребро, выходящее из той же вершины, чтобы площадь поверхности этого параллелепипеда равнялась 40?



Ответ. \_\_\_\_\_

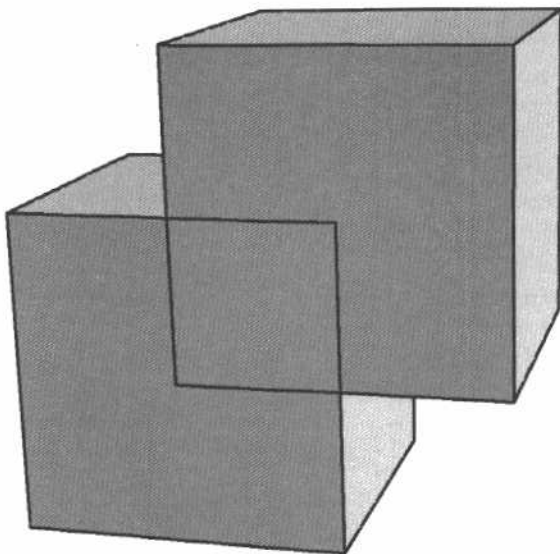
37. Найдите площадь поверхности многогранника, составленного из двух единичных кубов, вершина одного из которых расположена в центре другого, как показано на рисунке.



Ответ. \_\_\_\_\_



38. Найдите площадь поверхности многогранника, составленного из двух единичных кубов, две вершины одного из которых расположены в центрах граней другого.

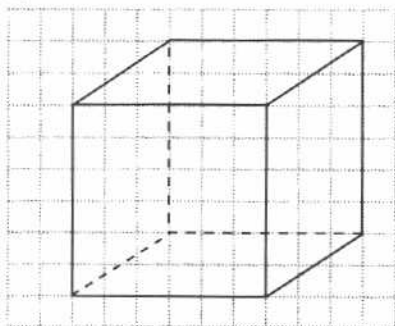


Ответ. \_\_\_\_\_

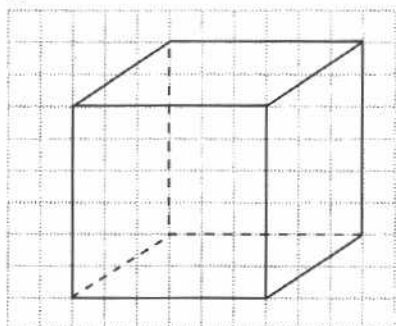
## ОТВЕТЫ

## 1. Многогранники

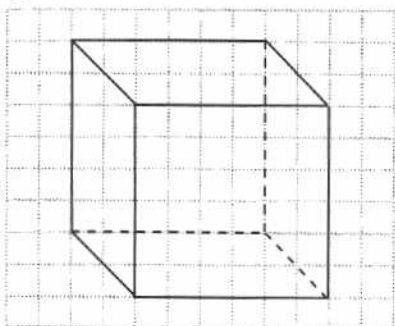
2



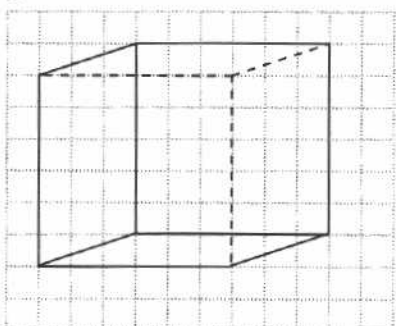
3



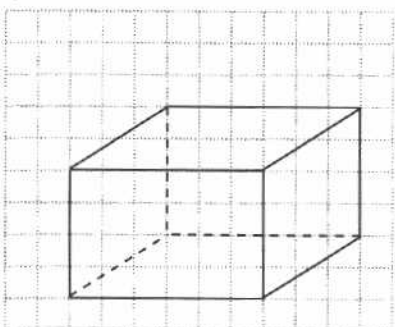
4



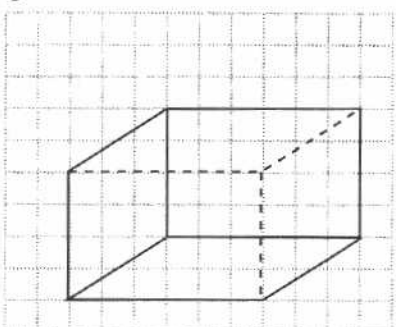
5



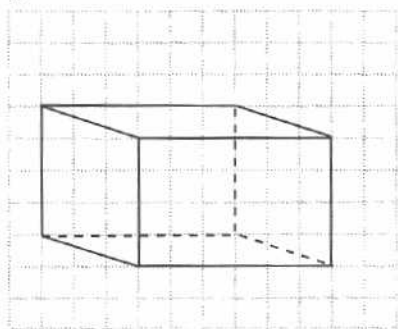
7



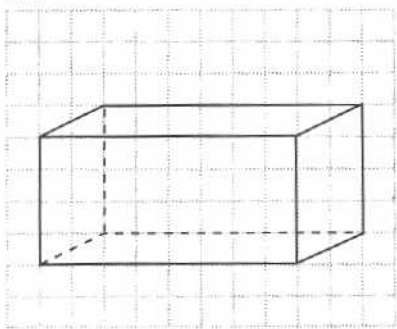
8



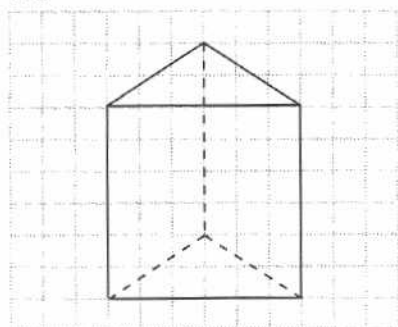
9



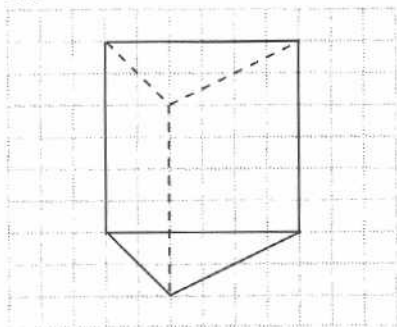
10



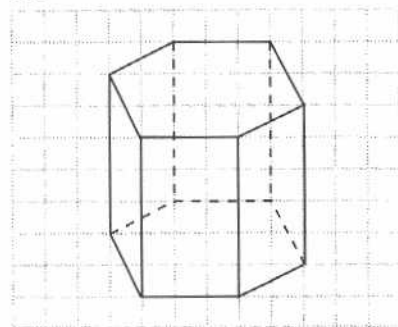
14



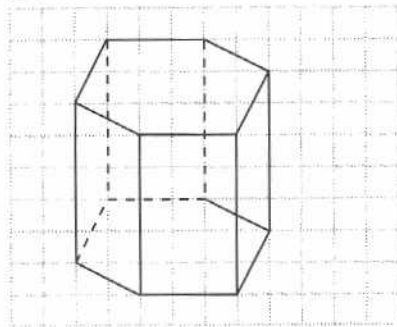
15



16



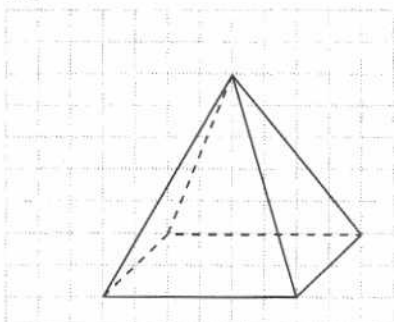
17



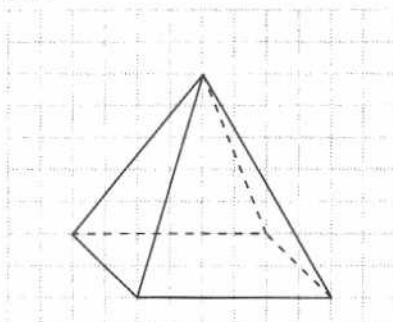
18. а)  $V = 6$ ,  $P = 9$ ,  $\Gamma = 5$ ; б)  $V = 8$ ,  $P = 12$ ,  $\Gamma = 6$ ;  
 в)  $V = 10$ ,  $P = 15$ ,  $\Gamma = 7$ ; г)  $V = 12$ ,  $P = 18$ ,  $\Gamma = 8$ .

19. а) Да; б) нет; в) нет; г) да; д) да; е) да.

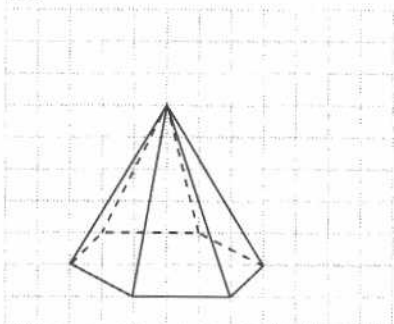
23



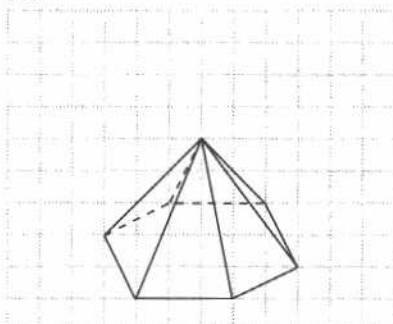
24



25



26



27. а)  $V = 4$ ,  $P = 6$ ,  $\Gamma = 4$ ; б)  $V = 5$ ,  $P = 8$ ,  $\Gamma = 5$ ;  
 в)  $V = 6$ ,  $P = 10$ ,  $\Gamma = 6$ ; г)  $V = 7$ ,  $P = 12$ ,  $\Gamma = 7$ .

28. а) Да; б) да; в) да; г) нет; д) да; е) да.

29. в), д), ж).

30. а), б), в), д), ж). 31. а), б), в), д). 32. а), б), г), е).

## 2. Правильные многогранники

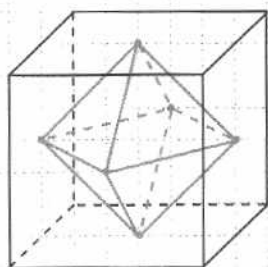
1. а)  $V = 4$ ,  $P = 6$ ,  $\Gamma = 4$ ; б)  $V = 8$ ,  $P = 12$ ,  $\Gamma = 6$ ;  
 в)  $V = 6$ ,  $P = 12$ ,  $\Gamma = 8$ ; г)  $V = 12$ ,  $P = 30$ ,  $\Gamma = 20$ ;  
 д)  $V = 20$ ,  $P = 30$ ,  $\Gamma = 12$ .

6. Нет,  $V = 32$ ,  $P = 60$ ,  $\Gamma = 30$ .

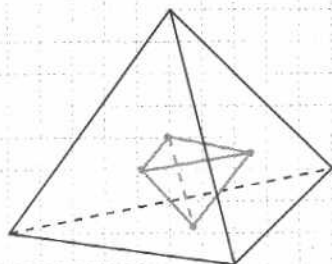
7. Октаэдр.



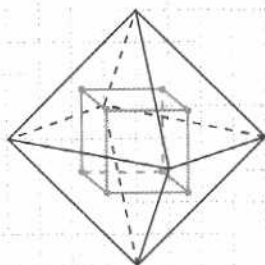
8. Октаэдра



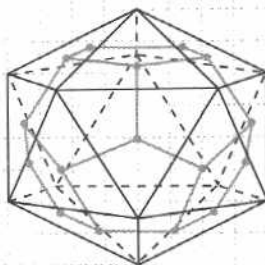
9. Тетраэдра



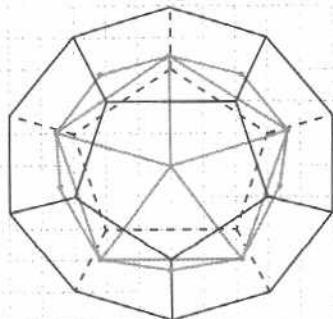
10. Куба



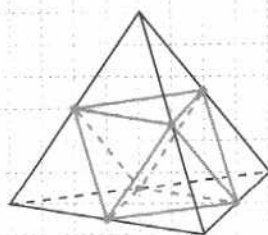
11. Додекаэдра



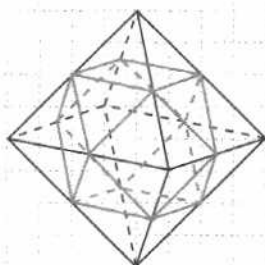
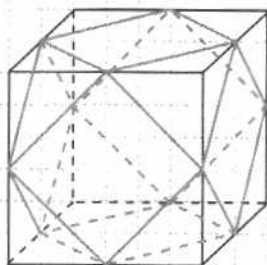
12. Икосаэдра



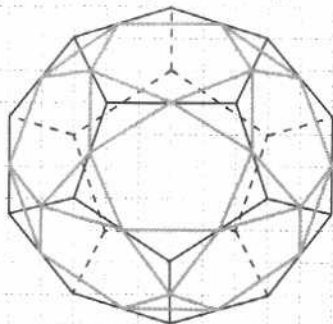
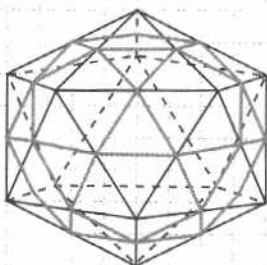
13. Октаэдра



14.  $B = 12$ ,  $P = 24$ ,  $\Gamma = 14$ . 15.  $B = 12$ ,  $P = 24$ ,  $\Gamma = 14$ .



16.  $B = 30$ ,  $P = 60$ ,  $\Gamma = 32$ . 17.  $B = 30$ ,  $P = 60$ ,  $\Gamma = 32$ .



18. в). 19. Да. 20. Да. 21. а) 4; б) 3; в) 2; г) 3; д) 4.

22.  $B=12$ ,  $P=18$ ,  $\Gamma=8$ .

23.  $B=24$ ,  $P=36$ ,  $\Gamma=14$ .

24.  $B=24$ ,  $P=36$ ,  $\Gamma=14$ .

25.  $B=60$ ,  $P=90$ ,  $\Gamma=32$ .

26.  $B=60$ ,  $P=90$ ,  $\Gamma=32$ .

27.  $B=10$ ,  $P=20$ ,  $\Gamma=12$ .

28.  $B=12$ ,  $P=24$ ,  $\Gamma=14$ .

29.  $B=30$ ,  $P=60$ ,  $\Gamma=32$ .

30.  $B=24$ ,  $P=60$ ,  $\Gamma=38$  31.  $B=24$ ,  $P=48$ ,  $\Gamma=26$ .

32. 1.

33. 3.

34. 2.

35. 5.

36. 4.

37. 5.

38. 3.

39. 3.

40. Куба и октаэдра.

41. Икосаэдров.

42. Икосаэдра и додекаэдра.

**3. Объем и площадь поверхности**

- |                          |                         |                          |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 1. 27.                   | 16. $1/8$ .             | 31. $34 \text{ см}^2$ .  |
| 2. 8.                    | 17. 1, 75.              | 32. $22 \text{ см}^2$ .  |
| 3. 62, 5 г.              | 18. 5.                  | 33. $26 \text{ см}^2$ .  |
| 4. 150.                  | 19. 8.                  | 34. $288 \text{ см}^2$ . |
| 5. 90.                   | 20. 30.                 | 35. 54.                  |
| 6. $60 \text{ м}^2$ .    | 21. $1/6$ .             | 36. 4.                   |
| 7. 6.                    | 22. 20 см.              | 37. 10, 5.               |
| 8. $12 \text{ см}^3$ .   | 23. 94.                 | 38. 9, 5.                |
| 9. $40 \text{ см}^3$ .   | 24. 9.                  |                          |
| 10. $12 \text{ см}^3$ .  | 25. 4.                  |                          |
| 11. $10 \text{ см}^3$ .  | 26. 22.                 |                          |
| 12. $10 \text{ см}^3$ .  | 27. 38.                 |                          |
| 13. $5 \text{ см}^3$ .   | 28. $92 \text{ см}^2$ . |                          |
| 14. $6 \text{ см}^3$ .   | 29. $48 \text{ см}^2$ . |                          |
| 15. $160 \text{ см}^3$ . | 30. $34 \text{ см}^2$ . |                          |



## СОДЕРЖАНИЕ

|                                      |    |
|--------------------------------------|----|
| <b>Предисловие</b> .....             | 3  |
| 1. Многогранники .....               | 5  |
| 2. Правильные многогранники .....    | 33 |
| 3. Объем и площадь поверхности ..... | 62 |
| <br>                                 |    |
| <b>Ответы</b>                        |    |
| 1. Многогранники .....               | 82 |
| 2. Правильные многогранники .....    | 84 |
| 3. Объем и площадь поверхности ..... | 87 |